

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет»**

**Ашурбеков Н.А.
Юсупова Г.М.
Муртазаева А.А.
Закарьяева М.З.**

**ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ
ПО АТОМНОЙ ФИЗИКЕ**

Учебно – методическое пособие

Махачкала 2023

Издается по решению редакционно-издательского совета Дагестанского государственного университета.

В методические указания включены описания лабораторных работ по атомной физике для студентов вузов направления подготовки 03.03.02- Физика.

Лабораторные работы нацелены на понимание и более глубокое освоение студентом сущности атомной физики. В каждой работе дается краткая теория рассматриваемого физического явления, приводится его математическая модель, подробно анализируются вопросы, касающиеся постановки опытов. Содержание работ охватывает круг вопросов, связанных с формированием у студентов естественнонаучного мировоззрения, позволяющего отличать гипотезу от теории, теорию от эксперимента, отличать научный и антинаучный подходы в изучении окружающего мира. В лабораторном практикуме «Физика атома» студент должен приобрести навыки работы с приборами и оборудованием современной лаборатории атомной физики; навыки использования различных методик физических измерений и обработки экспериментальных данных; навыки проведения адекватного физического и математического моделирования, а также применения методов физико-математического анализа к решению конкретных естественнонаучных и технических проблем в физике атома.

Пособие предназначено для студентов физического факультета университета, обучающихся по подготовки 03.03.02- Физика.

Составители: Ашурбеков Н.А.
Юсупова Г.М.
Муртазаева А.А.
Закарьяева М.З.

Лабораторная работа № 1. Изучение спектра ртути

(Продолжительность занятия – 8 ч, подготовка – 4 ч)

Цель работы: градуировка монохроматора и определение коэффициентов эмпирической формулы методом наименьших квадратов (МНК).

Введение в теорию отыскания параметров

В научно-исследовательской и инженерной практике часто возникает следующая задача. Имеется совокупность экспериментальных значений некоторой величины y в зависимости от величины x . Эта совокупность задается в виде набора n опытных точек. Каждая точка характеризуется тремя параметрами (y_i, σ_i, x_i) , где x_i – аргумент; y_i – функция; σ_i – среднеквадратичная ошибка экспериментального определения y_i . Задача состоит в том, чтобы подобрать сглаживающую кривую, зависящую от параметров и удовлетворяющую определенным требованиям точности в смысле совпадения экспериментальных и расчетных значений функции в каждой точке.

Другими словами, мы должны найти такую зависимость, чтобы отклонения расчетных значений величины y от экспериментально измеренных в каждой точке не превышали бы погрешности эксперимента. При этом вид аналитической зависимости либо известен из физических соображений, либо выбирается из соображений математического удобства и простоты использования. В этом заключается задача сглаживания опытных данных.

Функция может быть задана таблично. Однако при решении многих задач таблицей пользоваться неудобно. Это касается задач, решаемых с помощью ЭВМ. Вводить в машину таблицу иногда невыгодно из соображений экономии памяти машины. Кроме того, использование данных в табличной форме вызывает усложнение алгоритма процедуры вычислений.

Математическая формулировка МНК

В свое время было предложено два метода отыскания параметров эмпирических формул.

1. Принцип Эджворта.

Неизвестные параметры a_0, a_1, \dots, a_n определяются из условия минимума суммы

$$\sum |y_i - y(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n)| = \min. \quad (1)$$

Однако этот метод распространения не получил вследствие имеющихся математических трудностей, связанных с наличием модулей и неувязок под знаком суммы.

2. Принцип Лежандра–Гаусса (МНК).

Неизвестные параметры a_0, a_1, \dots, a_n определяются из условия минимума суммы

$\sum \omega_i (y_i - y(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n))^2 = \min$, где ω_i – начальное значение весовой функции в точке i . В качестве весовой функции принимается величина $\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$, где σ_i^2 – среднеквадратичная

погрешность y_i . Обычно авторы измерений сообщают предельную относительную ошибку δ , которая считается постоянной для данной серии опытов. Тогда в качестве весовой функции можно использовать величину $\omega_i = \frac{1}{(\delta \cdot y_i)^2}$.

Если $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \dots = \omega_n$, то неизвестные параметры: a_0, a_1, \dots, a_n находятся из условия минимума суммы

$$\sum (y_i - y(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n))^2 = \min. \quad (2)$$

Для нахождения параметров, удовлетворяющих уравнению (2), применяем условие экстремума функции:

$$\frac{\partial}{\partial k} [\sum (\lambda_{ист.i} - k\lambda_{шк.i} - \Delta\lambda)^2] = -2 \sum (\lambda_{ист.i} - \Delta\lambda - k\lambda_{шк.i}) \cdot \lambda_{шк.i} = 0,$$

откуда следует:

$$\sum \lambda_{ист.i} \cdot \lambda_{шк.i} = k \sum \lambda_{шк.i}^2 + \Delta\lambda \sum \lambda_{шк.i}. \quad (3)$$

$$\frac{d}{d(\Delta\lambda)} [\sum (\lambda_{ист.i} - k\lambda_{шк.i} - \Delta\lambda)^2] = -2 \sum (\lambda_{ист.i} - k\lambda_{шк.i} - \Delta\lambda) = 0,$$

откуда следует:

$$\sum \lambda_{ист.i} = k \sum \lambda_{шк.i} + n\Delta\lambda, \quad (4)$$

где n – число опытов.

Из уравнений (3) и (4) легко найти эмпирические постоянные k и $\Delta\lambda$ по опытным значениям x_i и y_i . Прямая $y = ax + b$, определяемая уравнениями (3) и (4), называется **прямой, полученной методом наименьших квадратов (МНК)**. Сами уравнения (3) и (4) называются **нормальными уравнениями**.

Как видно, искомые параметры k и $\Delta\lambda$ определяются из системы (3) и (4) однозначно, следовательно, минимум, если он существует, должен быть единственным и задаваться значениями коэффициентов k и λ .

Принцип Лежандра–Гаусса получил широкое распространение под названием метода наименьших квадратов.

Содержание работы

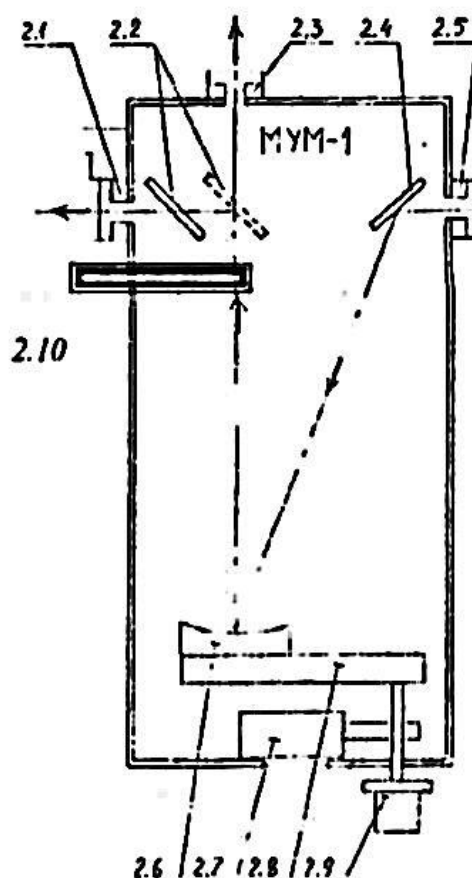


Рис. 1.1 Блок-схема монохроматора

Основным элементом модуля является ртутная лампа. Разряд в ней возникает при столкновении ускоренных электронов с атомами и молекулами ртути. Образующиеся при этом электроны и ионы поддерживают разряд. Эти частицы ответственны за появление интенсивного рекомбинационного свечения разряда в ультрафиолетовой области спектра. Кроме областей непрерывного спектра при рекомбинации наблюдаются также спектральные линии, соответствующие обычному эмиссионному спектру атомов и молекул. Работа выполняется на монохроматоре МУМ-01 (см. рис. 1.1). Монохроматор имеет сферическую дифракционную решетку 2.6, боковой выход 2.3, задний выход 2.1, механизм поворота 2.8 решетки и связанный с ним механизм 2.7 отсчета длины волны излучения с приводом от вала с ручкой 2.9, на входе и выходах имеется возможность устанавливать сменные щели. Излучение, вошедшее во входную щель 2.5, направляется на дифракционную решетку 2.6 неподвижным зеркалом 2.4. Длина

волны излучения, отраженного от решетки в направлении выхода монохроматора, зависит от ориентации решетки. Поворот решетки осуществляется вращением ручки 2.9. Длина волны отсчитывается по шкале 2.7 отсчетного устройства. Шкала имеет три барабана, показывающие значение длины волны в нанометрах. Правый барабан имеет дополнительную шкалу с ценой деления 0.2 нм, отсчет по которой производится по горизонтальной визирной линии (рис. 1.2).

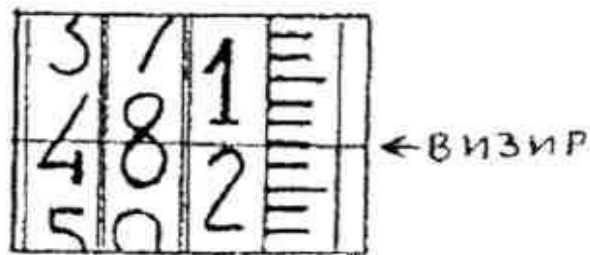


Рис. 1.2 Общий вид шкалы барабана монохроматора

Выбор выхода монохроматора осуществляется с помощью подвижного зеркала 2.2, перемещаемого штоком 2.10 рисунка 1.1. Для градуировки монохроматора применяется ртутная лампа ДРСк-125, представляющая собой ртутную горелку из кварцевого стекла. Питание лампы осуществляется от сети переменного тока ~ 220 В через специальное пускорегулирующее устройство.

Технические характеристики лампы: ДРСк-125

Напряжение на лампе, В - 125

Номинальный рабочий ток, А-1,15

Номинальный световой поток, лм-4800

Диаметр, мм -77

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.3.

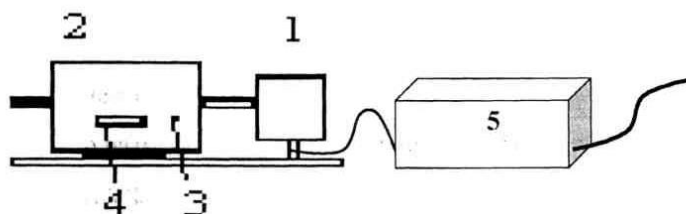


Рис. 1.3 Блок-схема экспериментальной установки

Порядок выполнения работы

Следует помнить, что в установке используется опасное для жизни напряжение ~ 6000 В, поэтому необходимо проверить целостность всех проводов перед включением.

1. Повернуть осветитель со спектральной ртутной лампой к приемному окну монохроматора и расположить его соосно на расстоянии 10–15 см от приемного окна.

2. Включить установку в сеть напряжением ~ 220 В. Переключатель «СЕТЬ» на пульте управления (блоке питания) при этом должен находиться в положении «ВЫКЛ». Переключатель «ЛАМПА» в положении «РТУТНАЯ». Ручка регулировки высокого напряжения, подаваемого на трубку, должна быть повернута до упора против часовой стрелки!

3. Поставить переключатель «СЕТЬ» в положение «ВКЛ». При этом должен начаться процесс розжига ртутного дугового разряда в ртутной лампе. Дать лампе прогреться 3–5 минут. **Во время разгорания запрещается отключение лампы от сети!**

4. Поставить щели, обеспечивающие возможность поиска и четкого изображения спектральных линий. Для этого вследствие интенсивности излучения ртутной лампы рекомендуется на входе и выходе зрительной трубы монохроматора поставить щели 0,05 мм в положение II (римская цифра II на щелях обращена наружу).

5. Наблюдение спектра ртути рекомендуется начинать с фиолетовой области. Для чего, медленно вращая ручку поворота решетки 2.9 монохроматора, добиться изображения первой фиолетовой линии ртути в центре окуляра (выходного зрительного окна). **Вращение ручки против часовой стрелки соответствует движению в область уменьшения длины волны, по часовой стрелке – в область увеличения длины волны.** Медленно вращая столик с осветителем или монохроматором, добиться наиболее яркого изображения спектральной линии ртути в выходном окне монохроматора.

6. Записать показания измерительной шкалы монохроматора $\lambda_{\text{шкалы}}$ в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

Окраска линии	Относительная яркость	Длина волны, табличная $\lambda_{\text{таб.}}$, нм	Длина волны, измеренная $\lambda_{\text{шкалы}}$, нм	Ошибка опред. длины волны, $\Delta\lambda$, нм	Коэф. к
Фиолетовая 1	2	404,66			
Фиолетовая 2	1	407,78			
Синяя	8	435,83			
Голубая	1	491,60			
Зеленая	10	546,07			
Желтая 1	8	576,96			
Желтая 2	10	579,07			

7. Провести аналогичные измерения для всех остальных видимых в монохроматор линий спектра ртути, записывая измеренные значения длины волны $\lambda_{\text{шкалы}}$ в таблицу 1.1.

8. Найти ошибку измерения для каждой спектральной линии $\Delta\lambda = \lambda_{\text{табл.}} - \lambda_{\text{шкалы}}$ и среднюю ошибку определения длины волны $\langle \Delta\lambda \rangle$.

9. Формулу, определяющую истинные значения длины волны в зависимости от показания шкалы монохроматора, можно записать следующим образом:

$$\lambda_{\text{истинная}} = k \cdot \lambda_{\text{шкалы}} + \Delta\lambda. \quad (1)$$

Для градуировки монохроматора считаем, что $\lambda_{\text{табличная}} \equiv \lambda_{\text{истинная}}$.

10. Коэффициент k и $\Delta\lambda$ вычислить, используя метод наименьших квадратов.

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое линейчатый и сплошной спектр? Какой спектр Вы наблюдали в этом опыте?

2. Почему спектр водорода и других газов линейчатый, а спектр лампы накаливания сплошной?

3. Какой метод возбуждения атомов для получения спектра используется в данной установке? Объясните методику эксперимента: необходимость в монохроматоре, принцип его устройства, принцип работы излучателя.

4. Как меняется после включения высокого напряжения сопротивление газоразрядного промежутка в лампах ДВС-25 и ДРС-125? Чему равно сопротивление этого промежутка до включения и после? Почему происходит резкое изменение сопротивления трубки? С какими физическими явлениями, происходящими в газе, заполняющем трубку, это связано?

5. В чем особенность метода наименьших квадратов? В чем состоит задача измерения параметров эмпирической формулы?

Литература

1. *Линник Ю.В.* Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Физматгиз, 1958.

2. *Спирidonов Г.И.* Отыскание параметров эмпирических формул методом наименьших квадратов. – М.: МЭИ, 1977.

3. Методическое руководство по выполнению лабораторной работы ФКЛ-8 (п/о Туланаучпроект). – Тула, 2008.

4. Физический практикум по атомной физике. Мутаева Г.М., Эфендиев А.З., Курбанисмаилов В.С. Махачкала 2013г.

Лабораторная работа № 2. Изучение спектра водорода

(Продолжительность занятия – 4 ч, подготовка – 2 ч)

Цель работы: исследование спектра атома водорода и определение постоянных Ридберга.

Теория вопроса

Решение уравнения Шредингера для атома водорода дает набор дискретных уровней энергии для связанных состояний ($E < 0$):

$$E_n = -\frac{me^4}{32\varepsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $n = 1, 2, 3, \dots$ – главное квантовое число. Формулу (1) удобно записывать в виде:

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}, \text{ где } E_0 = -13,6 \text{ эВ.}$$

С ростом n уровни энергии атома сближаются, в пределе ($n \rightarrow \infty$) дискретный спектр приближается к непрерывному, а квантовая система – к классической. Это и есть принцип соответствия Бора, который позволяет выразить постоянную Ридберга через фундаментальные постоянные.

Для простоты Бор принял, что в атоме водорода электроны вращаются вокруг протона по окружности радиусом r с циклической частотой ω , и, согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$m\omega^2 r = \frac{mV^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi r^2 \varepsilon_0}. \quad (2)$$

Согласно принципу квантования состояния электрона в атоме:

$$mVr = n\hbar. \quad (3)$$

Решение системы (2) и (3) дает выражение для радиусов круговых орбит электронов в атоме водорода:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{4\pi\varepsilon_0 m e^2} \cdot n^2. \quad (4)$$

Полная энергия электрона в атоме есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{mV^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi r \varepsilon_0}. \quad (5)$$

Найдя скорость электрона из системы (3) и (4), имеем:

$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar n}$, подставляя полученное выражение скорости в выражение (5), получим выражение для полной энергии атома на n -й стационарной орбите:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (6)$$

Как видим, формула, полученная из постулатов Бора, совпадает с формулой для энергии, полученной с помощью решения уравнения Шредингера – основного уравнения квантовой механики.

При переходе атома водорода из состояния n_2 с энергией E_2 в состояние n_1 с энергией E_1 излучается квант света с частотой ω , равной $E_2 - E_1 = \hbar\omega$.

Подставляя в формулу (6) для энергии атома значения n_2 и n_1 , получим следующее выражение:

$$E_2 - E_1 = \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (7)$$

Имея в виду, что $E_2 - E_1 = \hbar\omega$, а $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, можем записать:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (8)$$

Формула (8) называется обобщенной формулой Бальмера, где $R = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2 c \hbar^3} = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. Если постоянную Ридберга вводить не для волнового числа $\frac{1}{\lambda}$, а для частоты ω , то получается $R_\omega = R \cdot 2\pi c = 2,067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$. С увеличением n_2 разность между волновыми числами уменьшается, стремясь при $n_2 \rightarrow \infty$ к предельному значению (для $n_1 = 2, \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4}$). При этом линии сближаются и уменьшаются их интенсивности. **Совокупность спектральных линий, закономерно меняющих свою интенсивность и возникающих при всех переходах со всех орбит на вторую орбиту, называют серией Бальмера.**

Предельное волновое число при $n_2 \rightarrow \infty$ называется границей серии. Визуально можем наблюдать только серию Бальмера, которая представлена на рисунке 2.1.

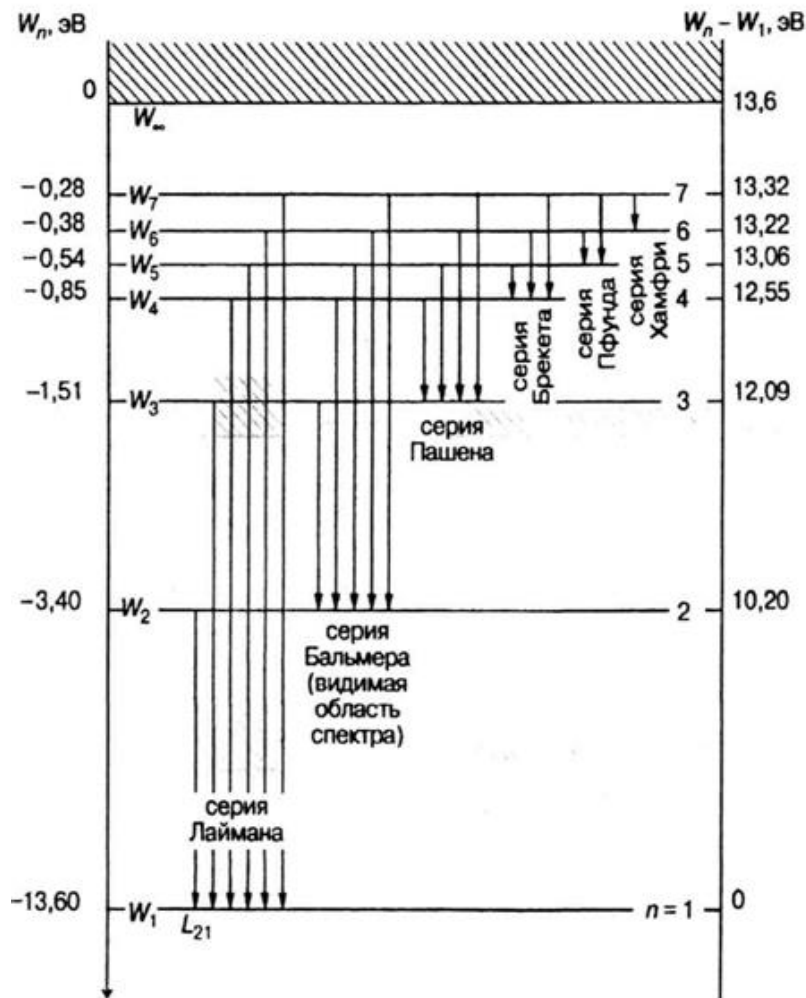


Рис. 2.1 Схема уровней атома водорода

Однако существуют и другие серии: серия Лаймана, все линии которой находятся в ультрафиолетовой области спектра, возникает при переходах со всех орбит, начиная со второй, на первую; серия Пашена, Брэкета, Пфунда и др. Все они лежат в инфракрасной области спектра. Набор уровней энергии и возможные переходы в атоме принято показывать на энергетической диаграмме, приведенной на рисунке 2.1. Здесь принято $E_n = W_n$ – полная энергия атома на n -м уровне.

Состояние атома, в котором электрон находится на низшем энергетическом уровне (для атома водорода это состояние с энергией $E_1 = -13,6$ эВ), называется основным. Атом без внешних возмущений может находиться в этом состоянии неопределенно долго. Энергетический уровень E_1 соответственно является бесконечно тонким. Этот вывод вытекает непосредственно из соотношения неопределенностей: $\Delta E_1 \Delta \tau_1 \sim \hbar$, где ΔE_1 – неопределенность значения энергии, $\Delta \tau_1$ – неопределенность

времени пребывания атома в этом состоянии. Так как $\Delta\tau_1 \rightarrow \infty$, то $\Delta E_1 \rightarrow 0$. Остальные энергетические уровни являются возбужденными, так как возникают под действием внешних воздействий и могут существовать ограниченное время $\Delta\tau$. Поэтому возбужденные уровни несколько размыты, по порядку величины: $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta\tau}$.

Экспериментальная часть

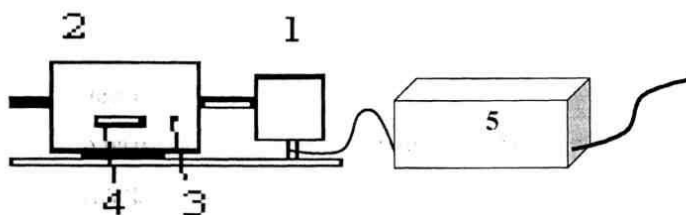


Рис. 2.2. Блок-схема экспериментальной установки

Установка содержит осветительное устройство 1, монохроматор МУМ-01 и пульт управления 5. Блок осветителя содержит водородную трубку. Питание трубки осуществляется от специального источника. Под действием высокого напряжения, вырабатываемого блоком питания ламп, электроны в атомах водорода переходят на высшие энергетические уровни. Через время $\sim 10^{-9}$ с они обязаны перейти на более низкий энергетический уровень, испустив квант света, частота которого определяется формулой $E_2 - E_1 = \hbar\omega$.

Так как в разрядном промежутке содержится огромное число атомов, то под действием напряжения периодически электроны в них переходят на случайный менее возбужденный уровень, излучая квант света какой-то определенной частоты, и таким образом в окуляре монохроматора видим весь набор спектральных линий.

Водородная спектральная трубка представляет собой стеклянный баллон с впаянными внутрь электродами. Разряд в трубке возникает при столкновении ускоренных электронов с молекулами H_2 или D_2 . Образующиеся при этом электроны и ионы поддерживают разряд. Кроме областей непрерывного спектра, при рекомбинации наблюдаются также спектральные линии, соответствующие обычному эмиссионному спектру атомов и молекул водорода и дейтерия. Возбуждение их происходит главным образом за счет электронных ударов.

Монохроматор предназначен для выделения и исследования монохроматического излучения в спектральном диапазоне от 2000 до 8000 Ангстрем. Сканирование спектра осуществляется вращением ручки 3 рядом с индикатором цифрового счетчика длин волн 4. Первые три цифры счетчика 4 соответствуют длине волны в нм, по барабану с рисками отсчитываются десятые доли нм (рис. 1.2).

Порядок выполнения работы

Следует помнить, что в установке используется опасное для жизни напряжение ~ 6000 В, поэтому необходимо проверить целостность всех проводов перед включением.

1. Проверить положение ручки регулировки высокого напряжения «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ»: ручка должна быть повернута до упора против часовой стрелки. Поставить переключатель «ЛАМПА» в положение «ВОДОРОДНАЯ» и установить осветитель со спектральной водородной трубкой к приемному окну монохроматора, расположив его соосно, на расстоянии 7–10 см от приемного окна. Медленно вращая ручку «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» по часовой стрелке, добиться возникновения устойчивого разряда в трубке. Напряжение, подаваемое на трубку, следует отрегулировать так, чтобы происходил устойчивый разряд, и наблюдалась приемлемая яркость свечения. Запрещается переключать ручку «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ», так как при подаче на трубку чрезмерного напряжения возможен выход ее из строя.

2. В связи с тем, что в спектре водородной лампы наряду с линиями атомарного водорода наблюдаются полосы спектра молекулярного водорода, поиск линий нужно начинать с наиболее интенсивной четкой красной линии H_{α} . Она располагается практически на самой границе красного спектра. Для поиска линий следует медленно вращать **ручку 2.9** монохроматора в пределах **640–670 нм**, дожидаясь появления в окуляре монохроматора соответствующей яркой линии, контролируя значение длины волны по индикатору цифрового счетчика длин волн. Записать измеренные значения видимых длин волн с учетом поправки $\langle \Delta \lambda \rangle$ в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Номер орбиты, с которой осуществлен переход	Обозначение линии	Длина волны λ , нм	Длина волны, измеренная в нм	Длина волны с учетом поправки, в нм	Постоянная Ридберга, в м^{-1}
	H_{α} -красная	656,3			
	H_{β} - зеленая	486,1			
	H_{γ} - синяя	434,0			
	H_{δ} -фиолетовая	410,2			

3. Вторая линия в спектре водорода – интенсивная зелено-голубая.

В промежутке между первой и второй линиями располагается множество красно-желтых и зеленых сравнительно слабых размытых молекулярных полос. Для поиска второй линии медленно вращать ручку 2.9 монохроматора в области длин волн 470–500 нм.

4. Уточнив длину волны второй линии, записать ее обозначение в таблицу.

5. Третья линия атомарного водорода имеет фиолетово-синий цвет. В спектре излучения трубки она видна относительно слабо и не во всех экземплярах ламп, поэтому измерение рекомендуется проводить при минимальной освещенности. Перед этой линией могут располагаться слабые размытые молекулярные полосы синего цвета. Вращая ручку 2.9 монохроматора как можно более тщательно в области длин волн 430–440 нм, уточнив положение третьей линии, записать значение ее длины волны в таблицу.

6. По окончании измерений отключить облучатель от сети, переводя переключатель «СЕТЬ» на панели ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ установки в положение «ВЫКЛ».

7. Сравнить измеренные значения длин волн в серии Бальмера с табличными значениями, приведенными в приложении.

8. Для серии Бальмера формула (8) переписывается в виде:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right).$$

9. С помощью формулы, приведенной в пункте 8, вычислить для каждой линии постоянную Ридберга. Все вычисления проводить в системе СИ. Среднее значение R записать в таблицу.

10. Оценить относительную ошибку в определении постоянной Ридберга по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta R \rangle}{\langle R \rangle} \cdot 100 \%, \text{ где } \langle \Delta R \rangle = \frac{\sum |R_i - \langle R \rangle|}{n},$$

где R_i – постоянная Ридберга, определенная экспериментально для какой-либо i -той длины волны, $\langle R \rangle$ – среднее ее значение, n – количество опытов (в нашем случае три).

11. Сравнить полученное значение $R_{\text{экспер.}}$ с теоретическим значением. Сделать вывод о точности своего эксперимента.

Контрольные вопросы и задания

1. Воспользовавшись полуквантовой теорией Бора, получить формулу для энергии электрона в однократно ионизированном атоме гелия.

2. Пользуясь энергетической диаграммой для атома водорода, определить первый потенциал атома водорода.

3. Написать обобщенную формулу Бальмера и выражение для определения постоянной Ридберга через основные константы.

4. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной уровень.

5. Во сколько раз минимальная длина волны в серии Пашена спектра водорода больше максимальной длины волны в серии Бальмера?

6. Вычислить наибольшие длины волн в сериях Лаймана, Бальмера, Пашена в спектре водорода.

7. Объяснить причины размытия энергетических уровней электрона в атоме. Какой уровень будет размыт в наименьшей степени и почему?

8. Какой метод возбуждения атомов используется в данной установке для получения спектра?

Литература

1. Савельев И.Е. Курс общей физики. – М., 2002. – Т. 3.
2. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т. 1, 2. – М., 2002.
3. Лабораторный практикум по физике / под ред. В.И. Барсукова. – М., 1988.

Лабораторная работа № 3. Исследование спектров поглощения красителей с помощью фотометра

(Продолжительность работы – 8 ч, подготовка – 4 ч)

Цель работы: получение спектров поглощения органических красителей и исследование влияния на них концентрации растворенного вещества и толщины слоя красителя.

Спектры поглощения жидкостей и растворов

В спектрах жидкостей благодаря тепловому движению и межмолекулярному взаимодействию расширение линий столь значительно, что линии сливаются в сплошные полосы, резкие с одного края и размытые с другого. Резкий край полосы, называемый кантом, возникает в результате сгущения вращательных линий. При применении приборов высокой разрешающей силы обнаруживается, что полосы состоят из большого числа тесно расположенных линий, на которых видна тонкая структура спектра молекул. Интенсивность поглощения неодинакова по всей ширине полосы. Максимум поглощения соответствует частоте кванта, вызвавшего соответствующий переход между уровнями молекулы.

Распределение интенсивности излучения в полосах регламентируется принципом Франка–Кондона, согласно которому наиболее интенсивными будут те электронные переходы, при которых не изменяются импульсы и координаты ядер. А переходы, при которых названные величины заметно меняются, маловероятны. Относительная величина смещения ядер за «электронное время» мала. Инертность ядер и является физической причиной принципа Франка–Кондона.

Благодаря поглощению раствором лучистой энергии в определенной области спектра свет, прошедший через индивидуальную жидкость или раствор, имеет в этой области интенсивность J меньшую, чем интенсивность падающего света J_0 .

Поглощенный жидкостью квант можно приблизительно рассматривать как сумму трех квантов, отвечающих электронному, колебательному и вращательному переходам:

$$E = E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вр.}}$$

Частота соответствующей полосы в спектре может быть представлена как сумма трех частот: $\nu = \nu_{\text{эл}} + \nu_{\text{кол}} + \nu_{\text{вр.}}$

При электронном возбуждении молекулы, как правило,

переход совершает только один из внешних электронов, но т. к. с данным значением частоты $\nu_{эл}$ может сочетаться множество значений частот $\nu_{кол}$ и $\nu_{вр}$, то получается полоса сложной структуры.

Каждому из электронных состояний молекулы отвечает своя потенциальная кривая. Возбужденные состояния могут быть неустойчивыми или устойчивыми; в последнем случае потенциальная кривая имеет минимум, как и в основном состоянии. В спектроскопии принято обозначать молекулярные константы индексами: (') для верхнего из двух состояний, между которыми совершается переход, и (') для нижнего, например: D_0' и D_0'' и т. д.

Наиболее важным обстоятельством при разделении энергии на части является различный порядок величин, составляющих энергии молекулы. Электронная энергия молекулы, имеющая тот же порядок величины, что и в атоме, много больше колебательной энергии, а колебательная, в свою очередь, много больше вращательной. Если выражать в электрон-вольтах, электронная энергия имеет порядок нескольких эВ, колебательная – десятых и сотых долей эВ, а вращательная – тысячных и десятитысячных долей эВ. Именно различие в порядке величин этих компонентов энергии молекулы приводит к тому, что эти спектры отличаются по диапазонам длин волн и частот.

Энергия молекулы, так же, как и энергия атома, квантуется. При этом приближенно можно квантовать сначала электронную энергию, затем колебательную энергию при заданной электронной энергии и, наконец, вращательную энергию при заданных электронной и колебательной энергиях. При заданных значениях компонентов энергии молекулы ее полная энергия имеет определенное значение, соответствующее определенному электронно-колебательно-вращательному состоянию, и получается совокупность далеко расположенных электронных уровней, более близко расположенных колебательных уровней и еще близко расположенных вращательных уровней. Соответствующая схема уровней для двухатомной молекулы дана на рисунке 3.1.

Как правило, в возбужденном устойчивом состоянии энергия диссоциации молекулы и частота колебаний меньше, а межъядерное расстояние больше, чем в основном состоянии. Переходы с поглощением энергии между двумя электронными

состояниями двухатомной молекулы показаны на рисунке 3.1, с помощью которого легко осуществить иллюстрацию принципа Франка–Кондона. Этот принцип позволяет также разъяснить, почему при электронном переходе не всегда молекула диссоциирует, хотя энергия кванта электронного перехода больше энергии диссоциации молекулы. Согласно этому принципу электронный переход совершается так быстро, что за время перехода ни положение ядер, ни их скорость не успевают измениться. Таким образом, переход совершается без изменения межъядерного расстояния. В зависимости от взаимного расположения потенциальных кривых верхнего и нижнего электронных состояний можно судить, в каком колебательном состоянии окажется возбужденная молекула.

Если переход совершается из состояния с $v'' = 0$, то наиболее вероятное расстояние между ядрами отвечает точке r_0'' на нижней кривой (рис. 3.1). Отсюда проводим вертикаль до пересечения с кривой верхнего состояния. Точка пересечения укажет колебательный уровень верхнего электронного состояния. Если переход совершается из состояния с $v'' \neq 0$, например, с $v'' = 1$, то наиболее вероятно нахождение ядер вблизи точек возврата a_1 и a_2 , где их скорость максимальна. Восстанавливая из этих точек вертикали до пересечения с верхней кривой, узнаем о соответствующих колебательных состояниях возбужденной молекулы: если ядра были на максимальном расстоянии при $v'' = 1$, возбужденная молекула окажется в колебательном состоянии $v' = 1$, если ядра в момент перехода были на минимальном расстоянии, то вертикальный переход приведет к состоянию $v = 3$.

Уменьшение интенсивности светового потока зависит от числа поглощающих молекул, т. е. от толщины слоя жидкости d и концентрации вещества в растворе c .

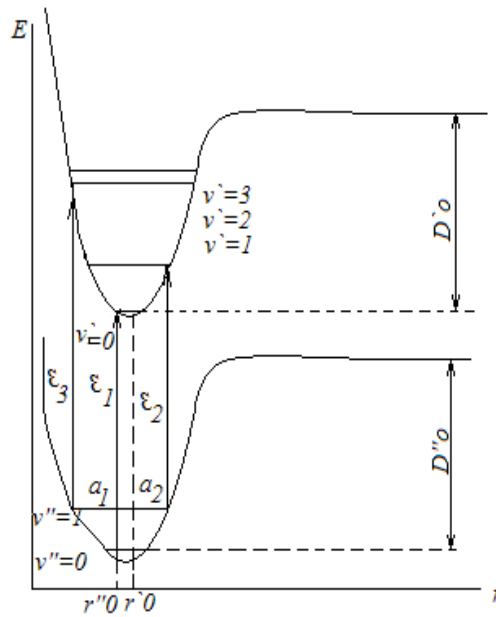


Рис. 3.1 Схема потенциальных кривых молекулы

Для монохроматического излучения действителен закон Бугера–Беера:

$$J = J_0 \cdot 10^{-kcd}.$$

Величина k (коэффициент поглощения) зависит от выбора единиц, концентрации и толщины слоя. Если концентрация выражена в моль \cdot л $^{-1}$, k называют молярным коэффициентом поглощения. Он численно равен обратной толщине слоя жидкости (раствора с концентрацией $c = 1$ моль \cdot л $^{-1}$), уменьшающей интенсивность в 10 раз.

Помимо поглощения света в эксперименте происходят потери, связанные с частичным рассеянием и отражением света стенками кюветы. Обычно эти потери учитывают, пропуская световой поток поочередно через кювету с раствором и растворителем.

Логарифмируя выражение для закона Бугера–Беера, получаем:

$$\lg\left(\frac{J_0}{J}\right) = kcd.$$

Отношение $\frac{J}{J_0} = \tau$ называют пропусканием, а величину $D = \lg\left(\frac{J_0}{J}\right)$ – оптической плотностью, которая равна $D = kcd$.

Пропорциональность между C и D (закон Бугера–Беера) строго выполняется лишь для газов и достаточно разбавленных растворов в инертных растворителях.

В настоящее время красителями принято называть сложные органические соединения с разветвленной системой сопряженных связей, обладающие интенсивными полосами поглощения в видимой или ближней ультрафиолетовой областях спектра. Как правило, спектр поглощения таких сложных молекул наблюдается путем их растворения в различных растворителях (например, в эталоне, толуоле, ацетоне и т. п.). Эти же растворы красителей служат активными средами широко распространенных в настоящее время перестраиваемых по частоте жидкостных лазеров.

Процесс поглощения в таких молекулах может быть представлен схемой двух электронно-колебательных уровней, соответствующих основному и первому возбужденному синглетному состояниям молекулы. Для этой простой модели коэффициент поглощения органического красителя на частоте ν равен:

$$K(\nu) = \sigma_{1,3}(\nu) \cdot (n_3 - n_1) \exp\left(-\frac{h(\nu_{эл} - \nu)}{kT}\right),$$

где $\sigma_{1,3}$ – сечение поглощения; n_1, n_3 – населенности уровней, $\nu_{эл}$ – частота чисто электронного перехода.

Возбужденные таким образом молекулы красителя могут терять свою энергию двумя путями:

- в результате излучения фотона и перехода в основное состояние;
- в результате безызлучательных переходов в одно из триплетных состояний.

В последующем возможно дальнейшее поглощение из этих состояний, носящих названия триплетного поглощения или излучения с переходом в основное состояние, которое называется фосфоресценцией. Излучение, возникающее при переходах с синглетных состояний, носит название флюоресценции, а при переходах с триплетных состояний – фосфоресценцией.

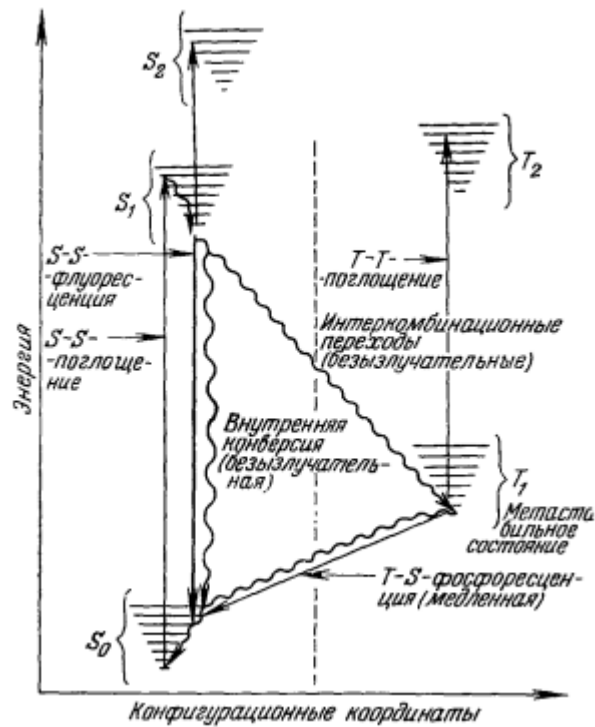


Рис. 3.2. Схема энергетических уровней красителей

Для большинства красителей спектры излучения и триплет-триплетного поглощения частично перекрываются.

Порядок величин электронной, колебательной и вращательной энергий

Рассмотрим подробнее относительные порядки величин энергии для различных видов движений в молекуле. Это можно сделать на основе классических и полуклассических представлений; получаемые оценки остаются справедливыми и при переходе к квантовой теории.

Сравним колебательную энергию с электронной энергией. С классической точки зрения электронные спектры соответствуют собственным колебаниям упруго связанного электрона, частоты которых равны:

$$\nu_{\text{эл}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{эл}}}{m_e}},$$

где $k_{\text{эл}}$ – силовая постоянная (постоянная упругой связи), а m_e – масса электрона.

Колебательные спектры соответствуют колебательному движению ядер друг относительно друга с частотой, определяемой по порядку величины аналогичной формулой

$$\nu_{\text{кол}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\text{кол}}}{M}},$$

где M – величина порядка массы ядер, а $K_{\text{кол}}$ – силовые постоянные, характеризующие колебательное движение. В частности, для двухатомной молекулы последняя формула дает частоту, с которой изменяется расстояние ρ между ядрами двух образующих ее атомов; в этом случае $M = \frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2}$, где M_1 и M_2 – массы ядер, и представляет приведенную массу молекулы, $K_{\text{кол}}$ – силовая константа, характеризующая квазиупругую силу, возникающую при изменении ρ , если считать колебание чисто гармоническим.

Так как движение электронов в молекуле и колебательное движение ядер происходит под действием электростатических (кулоновских) сил, то порядок величины постоянных $K_{\text{эл}}$ и $K_{\text{кол}}$ одинаков, т. е. они приблизительно равны.

Отсюда вытекает, что порядок отношения $\frac{\nu_{\text{кол}}}{\nu_{\text{эл}}} = \frac{E_{\text{кол}}}{E_{\text{эл}}} = \sqrt{\frac{m_e}{M}}$ равен корню квадратному из отношения массы электрона к массе ядра.

Для простейшей молекулы водорода можно положить $E_{\text{эл}}$ равной 10 эВ (энергии, соответствующей первому члену лаймановской серии, обусловленному переходом атома водорода из основного состояния в первое возбужденное состояние; такой же порядок величины имеет энергия электронного возбуждения молекулы водорода). Разность энергий соседних колебательных уровней для молекулы водорода составляет примерно 0,5 эВ (около 4000 см^{-1}). Таким образом, отношение $\frac{E_{\text{кол}}}{E_{\text{эл}}} \approx \frac{1}{20}$.

Приведенная масса молекулы $M = \frac{M_{\text{H}}}{2} \approx \frac{1836m_e}{2} = 918 m_e$, следовательно, $\frac{m_e}{M} = \frac{1}{918}$, $\sqrt{\frac{m_e}{M}} \approx \frac{1}{30}$, что по порядку величины совпадает с предыдущим отношением.

Теперь сравним вращательную энергию с электронной.

Электронная энергия по порядку величины равна кинетической энергии вращения электрона вокруг ядра:

$$E_{\text{эл}} \approx T = \frac{M_L^2}{2m_e a^2},$$

где M_L – орбитальный момент импульса электрона, a – его расстояние от ядра.

Вращательная энергия молекулы по порядку величины определяется аналогичной формулой: $E_{\text{вр}} \approx \frac{M_{\text{вр}}^2}{2I}$, где I – момент инерции, т. е. величина порядка $M\rho^2$, где ρ – размеры молекулы, M – масса ядра.

Величина квадрата момента импульса, согласно общему закону квантования, имеет одинаковый порядок ($\hbar J^2$) для всех моментов импульса; при малых квантовых числах J ее порядок равен просто \hbar^2 . Если положить, что $M_L^2 \approx M_{\text{вр}}^2$, и учесть, что размеры электронных орбит по порядку величины равны размерам молекулы, т. е. $a \approx \rho$, получим следующее отношение

$$\frac{E_{\text{вр}}}{E_{\text{эл}}} \approx \frac{m_e}{M}.$$

Для молекулы водорода расстояние между первым и вторым вращательными уровнями равно примерно 120 см^{-1} , т. е. $0,015 \text{ эВ}$.

Тогда имеем $\frac{E_{\text{вр}}}{E_{\text{эл}}} \approx \frac{0,015}{10} \approx \frac{1}{700}$.

Принимая порядок величины электронной энергии за единицу, получаем

$$E_{\text{эл}} = 1; \quad E_{\text{кол}} = \sqrt{\frac{m_e}{M}}; \quad E_{\text{вр}} = \frac{m_e}{M}.$$

Колебательная энергия есть малая первого порядка, а вращательная энергия – малая второго порядка.

Описание эксперимента

Спектры поглощения в настоящей работе измеряются с помощью специального фотометра, собранного на основе универсального малогабаритного монохроматора МУМ. Монохроматор позволяет регистрировать спектр излучения или поглощения в диапазоне длин волн $200\text{--}800 \text{ нм}$. Величина обратной линейной дисперсии составляет величину порядка $3\text{--}4 \text{ нм/мм}$. Погрешность показаний счетчика длин волн монохроматора равна $\pm 0,2 \text{ нм}$.

В качестве источника излучения использована галогенная лампа накаливания типа КГМ 12–100. Он размещен в закрытом кожухе. Световой поток выводится через конденсор, встроенный в стенку кожуха. На лицевой панели блока питания лампы имеется тумблер «накал-недонакал», обеспечивающий работу источника излучения в двух режимах.

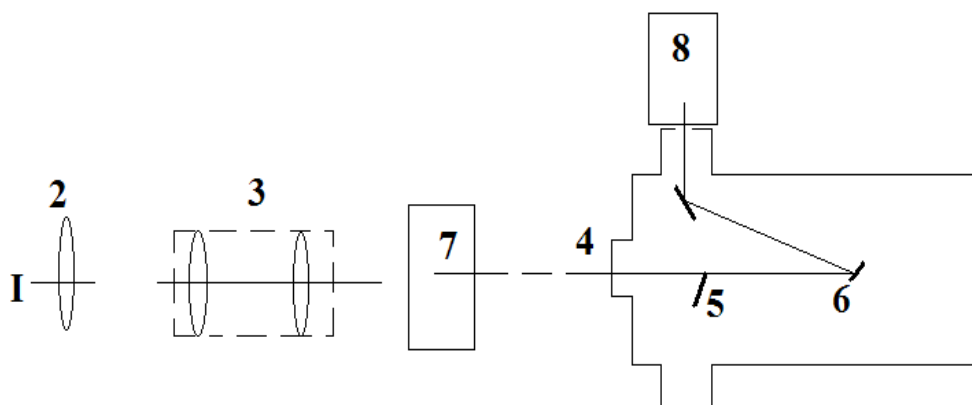


Рис. 3.3

Излучение от лампы (1) через конденсор (2) и телескопическую систему из двух линз (3) попадает на входную щель (4) и посредством зеркала (5) заполняет вогнутую дифракционную решетку (6), которая выполняет роль фокусирующего и диспергирующего элемента. В монохроматоре применена решетка с переменным шагом нарезки и криволинейными штрихами, что дает возможность значительно скомпенсировать расфокусировку и другие aberrации. При регистрации спектров поглощения растворов кювета с раствором (7) помещается на специальный столик перед монохроматором. Регистрация интенсивности прошедшего через раствор излучения осуществляется с помощью фотоэлемента (8).

Перед началом измерений оптическая часть установки юстируется таким образом, чтобы центры линз, лампы и входной щелей монохроматора лежали на одной оси.

Упражнение 1. Получение спектра излучения и его исследование

На столик устанавливают пустую кювету, идентичную той, которая заполняется исследуемым раствором красителя. Через него пропускают излучение и наблюдают отчетливый сплошной спектр. Вращая ручку счетчика монохроматора и наблюдая спектр излучения в окуляр, установленный у выходной щели, на эту щель выводят границу спектра с фиолетовой или с красной стороны. Затем на окуляр надевают фотоэлемент, подключенный к измерительному прибору.

Вращая счетчик монохроматора в обратную сторону, снимают зависимость интенсивности излучения в относительных

единицах от длины волны излучения. Полученные данные заносят в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

№ п/п	Длина волны, нм	Сила фототока, отн.ед. (пустая кювета)

По полученным данным строят график зависимости интенсивности излучения от длины волны.

Упражнение 2. Получение кривых поглощения красителя в зависимости от толщины слоя

Кювету, наполненную исследуемым раствором, помещают на столик.

Включают источник излучения и в окуляр наблюдают спектр излучения после прохождения через раствор. Ручкой счетчика монохроматора в окуляр выводят опять начало спектра с длинноволновой или коротковолновой стороны. Затем на окуляр надевают фотоэлемент и измеряют зависимость интенсивности излучения J , прошедшего через раствор от длины волны. Полученные данные заносят в таблицу 3.2.

Таблица 3.2

№ п/п	λ , нм	Сила фототока, отн.ед. (кювета с красителем)	Коэф. Поглощения К	Толщина кюветы	Толщина кюветы

По полученным данным строят график зависимости интенсивности прошедшего через раствор излучения от длины волны для разных толщин кюветы.

По результатам упражнений 1 и 2 рассчитывают зависимости пропускания D и коэффициента поглощения K от длины волны. Полученные зависимости изобразить графически.

Упражнение 3. Исследование влияния концентрации на коэффициент ослабления

Для одной толщины поглощающегося слоя выполняют измерения, аналогичные описанным в упражнении 2, но для двух

различных концентраций красителя. Рассчитанные затем зависимости коэффициента поглощения от длины волны наносятся на один и тот же график. Объяснить полученные закономерности.

Таблица 3.3

№ п/п	λ , нм	Сила фототока, отн.ед. (кювета с красителем)	Коэф. Поглощения К	Толщина кюветы	Концентрация красителя	Концентрация красителя

Контрольные вопросы и задания

1. Назовите типы спектров поглощения.
2. Как соотносятся между собой электронная, колебательная и вращательная энергии?
3. Какие энергетические уровни называются синглетными, а какие – триплетными? Какая между ними разница?
4. Почему в упражнении 1 для определения интенсивности I_0 использована пустая кювета?
5. Какова причина потерь излучения на отражение от прозрачной стеклянной пластинки?

Литература

1. *Матвеев А.Н.* Атомная физика. – М.: Высшая школа, 1989.
2. *Горяга Г.И.* Атомный практикум. – М.: МГУ, 1972.
3. *Ельяшевич А.М.* Атомные и молекулярные спектры. – М., 1976.
4. Практикум по физической химии / под общ. ред. Воробьева Н.К. – М.: Химия, 1975.
5. Физический практикум по атомной физике. Мутаева Г.М., Эфендиев А.З., Курбанисмаилов В.С. Махачкала 2013г.

Лабораторная работа № 4. Дискретность атомных состояний. Опыт Франка и Герца.

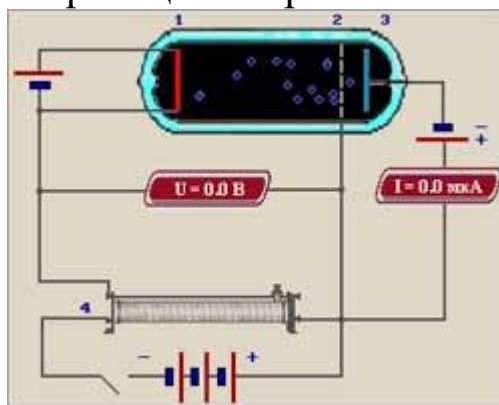
(продолжительность занятия 2ч, подготовка 4ч.)

Цель работы: экспериментальное доказательство дискретности атомных состояний, изучение явления передачи энергии при столкновениях частиц в ходе виртуального эксперимента.

Квантовые постулаты Н.Бора (1913 г.) нашли непосредственное экспериментальное подтверждение в опытах Дж. Франка и Г. Герца (1914 г.). Известна вольтамперная характеристика лампового диода ($I \sim U^{3/2}$). Если колбу наполнить газом, и предохранить анод от сбора низкоэнергетических электронов, то обнаружится очень интересный эффект.

Установка для наблюдения

В нашем распоряжении есть установка для изучения взаимодействия электронов с атомами. Из трубки выкачан воздух и в нее введено небольшое количество (давление около 1 мм рт.ст.) какого-либо вещества. Электроны, испускаемые накалившимся катодом (1), ускоряются в постоянном электрическом поле, созданном между катодом и сетчатым анодом (2). Между ним и коллектором (3) поддерживается небольшое (~ 1 В) задерживающее напряжение. Поэтому на коллектор могут попасть только те электроны, энергия которых больше 1 эВ. Ток с коллектора измеряется микроамперметром. С помощью реостата (4) можно изменять ускоряющее напряжение.



Теперь поясним происхождение минимумов на вольтамперной характеристике. Столкновения частиц бывают как упругими, так и неупругими. *Упругими* называют такие столкновения, в которых суммарная кинетическая энергия частиц до соударения равна сумме кинетических энергий этих частиц после соударения. Очевидно при этом внутренняя энергия частиц (и состояние их) не изменяется. Если же часть кинетической энергии пойдет на изменение внутреннего состояния одной из сталкивающихся частиц, то такое столкновение является *неупругим*.

Метод задерживающего потенциала.

Для анализа энергий электронов малых энергий часто используют тормозящее электрическое поле. Пусть поток электронов разных энергий от источника **К** движется слева направо. Между двумя электродами (**С** и **А** на рисунке 1) создадим тормозящее электроны поле (слева плюс, справа минус).

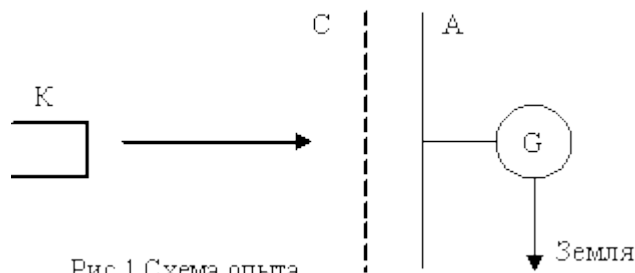


Рис 1. Схема опыта

Электрод **С** выполнен в виде сетки, а с правого электрода **А** заряд стекает через гальванометр **G** на землю. Если разность потенциалов между **С** и **А** равна $U_{\text{зад}}$, то преодолеть промежуток могут только электроны, кинетическая энергия которых $T > eU_{\text{зад}}$, здесь e - заряд электрона. Ток гальванометра **I** пропорционален суммарному количеству электронов в потоке с энергией большей $eU_{\text{зад}}$. Изменяя $U_{\text{зад}}$, и замеряя ток при каждом значении, можно получить представление о распределении электронов по энергии $n(T)$. Метод очень прост. Недостаток его - для нахождения распределения $n(T)$ приходится дифференцировать экспериментальную зависимость $I(U_{\text{зад}})$, что связано с большой потерей точности. Метод задерживающего потенциала использован Джеймсом Франком и Густавом Герцем для анализа энергий, теряемых электронами в столкновениях с атомами.

Изменение энергии налетающей частицы массы m (потеря энергии) при *упругом* соударении с другой частицей массы M $\Delta T \sim (m/M) \cdot T$, где T - энергия частицы до столкновения. Так как масса электрона значительно меньше массы атома, то его кинетическая энергия при упругом столкновении с атомом меняется незначительно, происходит только изменение направления скорости (здесь уместно сравнение, как горох об стенку).

Если возможны *неупругие* соударения с атомом, то кинетическая энергия электрона после соударения окажется меньше на величину энергии, переданной атому. В первых опытах Дж. Франка и Г. Герца электроны, испущенные подогретым катодом **К**, ускоряются электрическим полем, создаваемым между катодом и сеткой **С** разностью потенциалов $U_{\text{уск}}$. Между сеткой и анодом поле тормозящее ($U_{\text{зад}} \sim 0.5$ В). Стеклоянная колба с электродами наполнена парами ртути. При малых напряжениях ($U_{\text{уск}} < 4.9$ В для ртути) соударения электронов с атомами *упругие*, т.к. вольтамперная характеристика такая же, как для вакуумного диода. Упругие столкновения, как было сказано, практически не меняют энергетический спектр электронов, тормозящее поле им не помеха. Но вблизи $U_{\text{уск}} \sim 4.9$ В ток резко уменьшается. Значит при $T \sim 4.9$ эВ происходят *неупругие* соударения с атомами, и электроны, отдавшие атому энергию, не могут преодолеть задерживающий промежуток **С** - **А**. Таким образом было установлено, что минимальная энергия, необходимая для возбуждения атомов ртути, составляет 4.9 эВ. Эта энергия, деленная на заряд электрона, называется *потенциалом возбуждения*. Падения тока при напряжениях, кратных 4.9 В, означает, что электроны, потерявшие энергию в первом неупругом соударении, снова набирают 4.9 эВ по пути к аноду и происходит второе (третье) неупругое соударение.

Чуть раньше, чем проводились эти эксперименты, Н.Бор выдвинул гипотезу о стационарных состояниях атомов и излучении (поглощении) квантов при переходе между ними. Гипотеза Н. Бора объясняла линейчатый характер спектра атомов. Результаты опытов Дж. Франка и Г. Герца стали мощной поддержкой квантовых постулатов Н.Бора: показано существование у изолированных атомов дискретных уровней энергии. (Позднее Франк признался, что они "не оценили по

достоинству фундаментальное значение теории Бора, настолько, что даже не упомянули о ней в своей статье".)

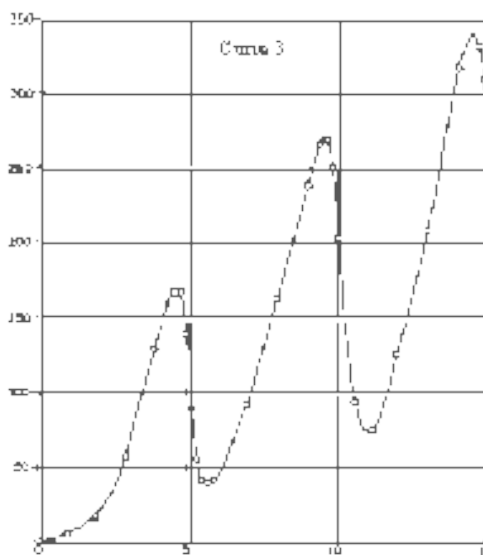


Рис.2 Вольт-амперная характеристика для паров Hg

Дополнительным свидетельством того, что переданная электроном энергия пошла на возбуждение атома, явился спектральный анализ излучения, возникающего при возбуждении. Атом в возбужденном состоянии живет недолго. При возврате в основное состояние переданная энергия $\Delta T = 4.9$ эВ должна излучиться в виде кванта $h\nu$ с той же энергией. Длина волны $\lambda = hc/\Delta T = 253$ нм. И такая линия действительно была найдена Дж. Франком и Г. Герцем!

Если давление паров в приборе снизить (первоначально было ~ 1 мм рт. ст.) до такого значения, что длина свободного пробега электрона будет больше или сравнима с расстоянием катод - анод, станет возможным возбуждения атомов в более высокие энергетические состояния и даже ионизация атомов (не встретив ни одного атома электроны смогут ускориться до энергий, превышающей первый порог возбуждения). Проводя анализ спектра неупруго рассеянных электронов, Дж.Франк и Г.Герц нашли уровни энергии и энергии ионизации большого количества элементов. Для примера некоторые цифры приведены в таблице.

Характеристики атомов некоторых элементов I группы.

	натрий Na	цезий Cs	медь Cu	калий K	ртуть Hg	водород H
энергия возбуждения 1-го уровня, эВ	2.1	1.39	3.8	1.6	4.9	10.2
энергия ионизации, эВ	5.1	3.9	7.7	4.3	10.4	13.6

В 1925г. Дж.Франку и Г.Герцу присуждена Нобелевская премия.

Порядок выполнения

В опытах немецких физиков В.Франка и Г.Герца было получено прямое экспериментальное доказательство дискретности состояний. Атомы возбуждаются только при передаче им энергии, превышающей разность энергий первого возбужденного и основного состояний (двух низших стационарных).

Мы предлагаем Вам провести эти опыты. **В первом** - поработайте на установке Франка и Герца. **Во втором** - исследуйте спектр (набор) возможных энергий для атомов разных металлов и определите, с каким веществом Вы имели дело. Таблица характеристик различных атомов помещена в разделе "Справка". Использование спектроскопа **в третьем** опыте позволит исследовать спектр излучения атомов, которое испускается при возбуждении этих атомов.

Опыт 1

Описание установки.

Из трубки выкачан воздух и в нее введено небольшое количество (давление около 1 мм рт.ст.) какого-либо вещества. Электроны, испускаемые накалившимся катодом (1), ускоряются в постоянном электрическом поле, созданном между катодом и сетчатым анодом (2). Между ним и анодом поддерживается небольшое (~1В) задерживающее напряжение. Поэтому на коллектор могут попасть только те электроны, энергия которых

больше 1 эВ. Ток с коллектора измеряется микроамперметром. С помощью реостата (4) Вы можете изменять ускоряющее напряжение (клавишами ← и → или, передвигая мышкой движок реостата).

Плавно изменяйте ускоряющее напряжение от 0 до 12 В и стройте график зависимости $I = f(U)$. Заметьте, при каких значениях энергии электронов (в эВ) наблюдаются спады тока. На сколько отличаются энергии электронов, при которых происходят спады тока?

Опыт 2

Внутренняя энергия атома изменяется ступенями. В первом опыте Вы нашли только одну величину ступени. Теперь из-за малости давления паров металла в колбе электрон может отдать энергию только одному атому. Определите, при каких значениях энергии электронов возможна передача энергии атомам данного вещества.

После старта увеличивайте напряжение.

- 1) Чему равна энергия ионизации атомов данного вещества?
Рассчитанное значение в эВ введите в окне ответов.
- 2) Я полагаю, что в проведенном эксперименте колба была
наполнена парами атомов ... (введите в окне ответов свой
вариант) .

Опыт 3

Изменяйте ускоряющее напряжение, передвигая ползунок реостата от 0 до максимума. Дайте ответ на предлагаемые вопросы.

Исследование спектра излучения возбужденных атомов

Изменяйте ускоряющее напряжение от нуля до максимума и дайте ответы на предлагаемые вопросы.

Наблюдаемый спектр

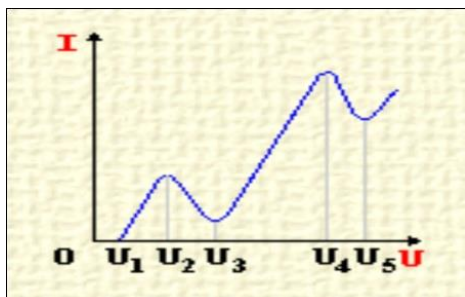
- 1) Кванты какой энергии излучаются при выделенном
переходе? Проведите измерения, введите ответ.
- 2) Какова длина волны (в нм) излучения при выделенном
переходе?

Контрольные вопросы

1. Газообразный гелий облучается потоком электронов. Может ли он при этом излучать только одну спектральную линию?

- А) может, если энергия электронов в пучке меньше энергии первого возбужденного состояния атомов;
- Б) нет, в этих условиях он будет излучать сплошной спектр;
- В) может, если энергия электронов в пучке больше энергии первого возбужденного состояния атомов, но меньше энергии второго возбужденного состояния;
- Г) нет, он будет испускать всегда весь свой линейчатый спектр.

2. На рисунке представлена зависимость силы тока от напряжения в экспериментальной установке Франка и Герца. Чему равно минимально возможное изменение внутренней энергии атомов ртути по этим результатам?



- А) eU_1
- Б) eU_2
- В) eU_3
- Г) eU_4
- Д) eU_5

3. Как изменится вольт-амперная характеристика, если атомы реального газа заменить на классические твердые шарики того же размера ?

- А) изменится глубина минимумов;
- Б) изменится положение максимумов;
- В) ничего не изменится;
- Г) она станет плавной кривой;
- Д) останется один минимум.

4. Что было обнаружено в опытах Франка и Герца?

- А) корпускулярные свойства электронов;
- Б) волновые свойства электронов;
- В) волновые свойства света;
- Г) квантовый характер поглощения энергии атомами;
- Д) корпускулярные свойства света.

5. Как может изменять свою внутреннюю энергию атом при неупругих столкновениях?

- А) может принимать любую порцию энергии, отдавать лишь дискретный ряд значений энергии;
- Б) может отдавать и принимать любую порцию энергии;
- В) может отдавать и принимать лишь дискретный ряд значений энергии;

Г) может отдавать любую порцию энергии, принимать лишь дискретный ряд значений энергии.

6. Как может изменять свою энергию атом при упругих столкновениях?

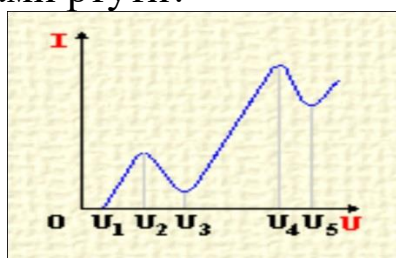
А) может отдавать любую порцию энергии, принимать лишь дискретный ряд значений энергии;

Б) может отдавать и принимать любую порцию энергии;

В) может принимать любую порцию энергии, отдавать лишь дискретный ряд значений энергии;

Г) может отдавать и принимать лишь дискретный ряд значений энергии.

7. На рисунке представлена зависимость силы тока от напряжения в экспериментальной установке Франка и Герца. При каком минимальном значении напряжения электроны в сосуде приобретают энергию, достаточную для неупругих столкновений с атомами ртути?



А) U_1

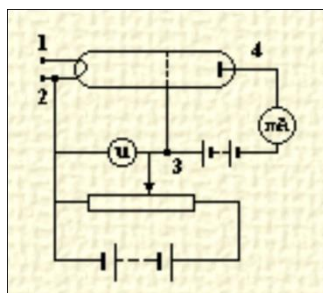
Б) U_2

В) U_3

Г) U_4

Д) U_5

8. На рисунке представлена схема экспериментальной установки Франка и Герца. К каким выводам подключают напряжение для создания электрического поля, ускоряющего электроны в приборе?



А) 3 - 4

Б) 2 - 3

В) 1 - 2

Г) 2 - 4

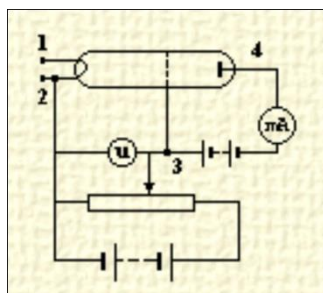
Д) 1 - 4

9. Газообразный гелий облучается потоком электронов, энергия которых чуть больше энергии четвертого возбужденного

состояния атома гелия. Какой спектр излучения гелия наблюдается при этом?

- А) линейчатый, включающий все линии излучения гелия;
- Б) монохроматический, линия излучения соответствует переходу из четвертого возбужденного состояния в основное;
- В) сплошной, ограниченный в области коротких волн частотой, соответствующей кинетической энергии электрона в пучке;
- Г) линейчатый, включающий линии излучения, начиная от перехода из четвертого состояния в основное и между более низкими уровнями.

10. На рисунке представлена схема экспериментальной установки Франка и Герца. К каким выводам подключают напряжение для создания электрического поля, замедляющего электроны в приборе?



- А) 1 - 2
- Б) 1 - 4
- В) 2 - 4
- Г) 2 - 3
- Д) 3 - 4

Литература

1. teachmen.csu.ru
2. Матвеев А.Н. Атомная физика. – М.: Высшая школа, 1989.

Лабораторная работа № 5. Изучение эффекта Комптона.

(продолжительность занятия - 2ч, подготовка - 4ч.)

Цель: изучить характерные свойства явления в ходе виртуального эксперимента; убедиться, что при рассеянии электромагнитных волн с малой длиной волны проявляются корпускулярные свойства излучения.

А.Комптон исследовал рассеяние рентгеновских лучей на мишенях из различных материалов.

С точки зрения волновых представлений механизм рассеяния состоит "в раскачивании" электронов электромагнитным полем падающей волны. Колеблющийся электрон должен в свою очередь излучать электромагнитную волну, имеющую частоту, равную частоте колебаний электрона, т.е. частоте падающей волны. Таким образом, свободные электроны рассеивают излучение, причем частота рассеянных волн должна равняться частоте падающих.

С помощью рентгеновского спектрометра (изображен на рис.1) А.Комптон произвел точные измерения длины волны рентгеновских лучей, рассеянных на мишени. А.Комптон обнаружил (см. рис.2), что излучение бывает двух сортов: у одного длина волны совпадает с длиной волны первичного излучения (пунктирная кривая), а другое обладает бóльшей длиной волны (сплошная кривая). Им были установлены две особенности процесса: 1) разность длин волн рассеянного и первичного излучений не зависит от природы рассеивателя и длины волны первичного излучения; 2) при возрастании атомного номера рассеивателя интенсивность несмещенной линии возрастает, интенсивность смещенной линии падает.

Теоретическую интерпретацию этому явлению дали А. Комптон и П. Дебай. Эффект становится объяснимым, если полагать, что электромагнитное излучение представляет поток фотонов, каждый из которых обладает энергией $h\nu$ и импульсом. Т.е. фотон ведет себя, грубо говоря, как движущийся шарик. В легких веществах, с которыми проводил опыты А.Комптон, энергия связи электронов мала по сравнению с энергией, передаваемой ему квантами рентгеновского излучения, и электроны можно считать свободными. При комптоновском рассеянии происходит упругое столкновение фотона со свободным электроном. По образному

выражению М.Борна эффект Комптона - это игра в бильярд фотонами и электронами.

Для видимого света ($h\nu$ всего 2 - 3 эВ) в веществе нет электронов, которые можно было бы считать свободными, и эффект не наблюдается. (Хотя, пока природа явления не была понята, поиски предпринимались.)

Расчет эффекта Комптона

Пусть фотон с энергией $h\nu$ падает на покоящийся электрон (см. рис.3).

Запишем уравнения, выражающие законы сохранения энергии и импульса:

1. энергия до столкновения (энергия фотона $h\nu$ плюс энергия покоя электрона) должна равняться энергии после столкновения (энергия $h\nu'$ рассеянного фотона плюс полная энергия получившего отдачу электрона)

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (1)$$

где m_0 - масса покоящегося электрона, m - масса движущегося электрона, c - скорость света;

2. импульс падающего фотона p должен равняться сумме импульсов электрона p_e и рассеянного фотона p'

$$p = p' + p_e \quad (2)$$

Энергия фотона связана с импульсом соотношением

$$|p| = h\nu/c. \quad (3)$$

Преобразуем выражение (1): перенесем энергию рассеянного кванта в левую часть, выразим энергии квантов через импульсы в соответствии с (3), разделим обе части равенства на c и возведем в квадрат

$$(p - p' + m_0c)^2 = (mc)^2. \quad (4)$$

В законе сохранения импульса (2) перенесем импульс рассеянного кванта в левую часть и возведем в квадрат обе части равенства

$$p^2 - 2pp' + p'^2 = p_e^2. \quad (5)$$

После вычитания последнего равенства из (4) получим

$$-2pp' + 2pp'\cos\Theta + 2pm_0c - 2p'm_0c + m_0^2c^2 = m^2c^2 - p_e^2 \quad (6)$$

Квадрат полной энергии электрона

$$E_e^2 = (mc^2)^2 = p_e^2c^2 + m_0^2c^4.$$

Учитывая это, замечаем, что правая часть (6) равна $m_0^2c^2$. Точно такое же слагаемое есть и в левой части (6). После сокращений получим выражение для модуля импульса рассеянного фотона

$$p' = p/[1 + (p/mc)(1 - \cos\Theta)]. \quad (7)$$

Поскольку импульс фотона $p = h/\lambda$, получаем окончательное выражение для изменения длины волны рассеянного фотона

$$\lambda' - \lambda = (h/m_0c)(1 - \cos\Theta). \quad (8)$$

Величина h/m_0c называется *комptonовской длиной волны электрона*, ее численное значение равно $h/m_0c = 2.4263096(15) \cdot 10^{-12}$ м. Это длина волны фотона с энергией, равной m_0c^2 - энергии покоя электрона.

Чтобы лучше представить себе, насколько значителен эффект, воспользуйтесь таблицей ниже. Надо ввести длину волны первичного излучения (в нм) [или энергию фотонов (в кэВ), оставив ячейку λ пустой] и угол рассеяния, нажать кнопку "Ввод", и компьютер рассчитает изменение длины волны при рассеянии, энергию фотонов, рассеянных под данным углом, и энергию электронов отдачи.

$\lambda =$ <input type="text" value="1"/> нм	$h\nu =$ <input type="text"/> кэВ	$\Theta =$ <input type="text"/> град.
$\lambda' - \lambda =$ <input type="text"/> нм	$h\nu' =$ <input type="text"/> кэВ	$T_e =$ <input type="text"/> кэВ

Убедитесь, что если бы эффект Комптона можно было наблюдать в видимой части спектра, смещение длины волны составило бы тысячные доли длины первичной волны. В рентгеновской области ($h\nu$ порядка кэВ) изменение порядка 10%, для γ - лучей ($h\nu$ порядка МэВ) оно сравнимо с длиной волны. А.Комптон проводил измерения с К-линией характеристического рентгеновского излучения молибдена, имеющей $\lambda = 0.0708$ нм ($h\nu$

= 17.5 кэВ). Изменение длины волны в этом случае порядка трех процентов.

В своей статье "A Quantum Theory of the Scattering of X-Rays by Light Elements", опубликованной в 1923 году, А.Комптон провел расчеты и сравнил результаты с ранее полученными в эксперименте. Выше приведен график из этой работы. На поле графика - результаты для рассеяния рентгеновских лучей в мишени из графита. Впечатляющее согласие пионерских измерений А.Комптона и многих последующих с теоретическими расчетами явилось сильным доводом в поддержку выдвинутого в 1905 г. Эйнштейном предположения о том, что свет обладает свойствами не только волны, но и частицы. Корпускулярные свойства электромагнитного излучения проявлялись при взаимодействии первичных рентгеновских лучей с электронами, тогда как волновые свойства обнаруживались при детектировании рассеянных лучей – действие дифракционного спектрометра, использованного А.Комптоном, можно объяснить, только рассматривая рентгеновские лучи как волны.

Квантование **энергии** электромагнитной волны доказано ранее в опытах по фотоэффекту. Но при фотоэффекте импульс фотона передается всему образцу металла и испущенному из него электрону. Импульс, приобретенный металлом в таких условиях, слишком мал и не поддается измерению. Эффект А.Комптона демонстрирует, что фотон обладает **импульсом**.

А.Комптон не был бы настоящим ученым, если бы не задался вопросом, какие еще экспериментальные подтверждения можно найти приведенному выше объяснению смещения длины волны рассеянного излучения. Если обе части равенства (7) умножить на c , получим энергию рассеянного фотона

$$hv' = hv/[1 + (hv/m_0c^2)(1 - \cos\Theta)]. \quad (9)$$

Разность энергий первичного и рассеянного фотонов равна кинетической энергии электрона, который А.Комптон назвал "электроном отдачи", $T_e = hv - hv'$. На снимках в камере Вильсона по длине следов электронов измерялась их энергия. Экспериментальные значения оказались в хорошем согласии с расчетными.

В 1927г. А.Комптон присуждена нобелевская премия

При вручении премии, как водится, А.Комптон прочел лекцию об исследовании рентгеновского излучения "X-rays as a branch of optics" ("Рентгеновское излучение как раздел оптики").

Продемонстрируем эффект Комптона на модели экспериментальной установки. В нашем распоряжении источник - рентгеновская трубка (1), две диафрагмы (2), выделяющие узкий пучок излучения, мишени (3) из трех материалов и подвижный детектор (4). Спектр излучения рентгеновской трубки сплошной, на фоне которого выделяются линии характеристического излучения. У нашего идеализированного источника энергия квантов $h\nu = 100$ кэВ, а сплошная часть спектра отфильтрована. Детектор современный (полупроводниковый или сцинтилляционный), амплитуда электрических импульсов на выходе которого пропорциональна энергии поглощенных квантов. С выхода детектора импульсы поступают на многоканальный амплитудный анализатор (мы увидим только экран анализатора). Его задача - сортировка поступающих импульсов по амплитуде и подсчет количества импульсов с каждой амплитудой (конечно, в некотором диапазоне около среднего). В силу конечного разрешения детектора моноэнергетическим квантам будет соответствовать некоторое распределение импульсов по амплитудам (для идеального детектора получили бы монолинию). Положение максимума на оси амплитуд определяет энергию излучения.

Сейчас приступим к эксперименту. После нажатие кнопки "**Начнем**" в новом окне будет представлена действующая модель экспериментальной установки. Установлен режим демонстрации. Справа внизу Вы увидите описание предстоящих действий компьютера после нажатия Вами кнопки "**Старт**" (потом эта кнопка - "**Далее**"). Когда компьютер "занят" (т.е. идет опыт) эта кнопка не активна. Переходите к следующему кадру, лишь осмыслив результат, полученный в текущем опыте. После окончания демонстрации вернитесь к материалу лекции и при желании к самостоятельным измерениям.

Интересно, что обнаружен и так называемый "обратный эффект Комптона", когда низкоэнергичные фотоны увеличивают свою энергию, рассеиваясь на горячих электронах. Им объясняют некоторые изменения в спектре реликтового излучения. С 1963 года метод обратного комптоновского рассеяния используется для

получения монохроматических γ -пучков высоких энергий (до нескольких ГэВ) путем рассеяния лазерных фотонов на электронах (позитронах), циркулирующих в накопителях. Пучок таких фотонов полезен в исследовании ядер. Известен и процесс упругого рассеяния γ -квантов на протоне.

Порядок выполнения работы:

- 1) Включить питание рентгеновской трубки нажатием кнопки «Старт».
- 2) Начать счет импульсов детектора при $\theta = 0$ градусов. Это необходимо для калибровки детектора. $h\nu = 100$ кэВ.
- 3) Терпеливо ждать окончания счета.
- 4) Измерить амплитуду импульсов.
- 5) Занести результаты в таблицу.
- 6) Установить угол детектора $\theta = 30$ градусов.
- 7) Терпеливо ждать окончания счета.
- 8) Измерить амплитуду импульсов.
- 9) Занести результаты в таблицу.
- 10) Установить угол детектора $\theta = 48$ градусов.
- 11) Начать счет импульсов детектора при $\theta = 48$ градусах.
- 12) Измерить амплитуду импульсов.
- 13) Занести результаты в таблицу.
- 14) Посмотреть график с теоретической кривой $h\nu' = f(\theta)$ и экспериментальными точками.
- 15) Выполнить эксперимент для разных материалов мишени.

The screenshot shows a software interface for a Compton scattering experiment simulation. On the left, there is a 3D schematic of the experimental setup, including a source, collimators, a target, and a detector. On the right, a graph displays the number of pulses (Число импульсов) on the y-axis and the pulse amplitude (Амплитуда импульса) on the x-axis. A single green vertical bar is visible on the graph, with a value of $A = 84.8$ indicated below it. The control panel at the bottom contains several elements: a digital display showing '0783' under the label 'Число импульсов', a 'Счет' button, a dropdown menu for target material currently set to 'Медь', 'Задание' and 'Старт' buttons, a 'График' button, and an input field for 'Ваш ответ' with an 'Ok' button. A 'Правильно:' label is also present. A warning icon is visible in the center of the schematic area.

Контрольные вопросы

1. Для защиты от рентгеновского излучения с энергией 10 кэВ лучше использовать экран из свинца, а не, скажем, алюминия, т.к.:

А) ядро свинца имеет больший заряд и электроны сильнее связаны.

Б) размер атома свинца больше.

В) у атомов свинца больше электронов.

Г) правильный ответ не приведен.

Д) свинец сильнее рассеивает излучение.

2. До какого потенциала ϕ можно зарядить удаленный от других тел цинковый шарик, облучая его ультрафиолетовым излучением с длиной волны 200 нм? Работа выхода для цинка 3.74 эВ.

2.5 В

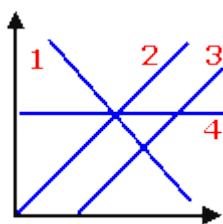
6.2 В

шарик не будет заряжаться

4.0 В

пока не наступит пробой

3. На рисунке одна из прямых представляет зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов от частоты света. Какая?



А) 1

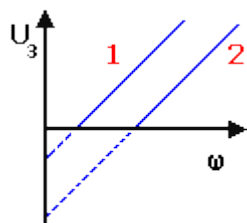
Б) 2

В) 3

Г) 4

Д) однозначный ответ дать нельзя

4. На рис. показаны зависимости задерживающего напряжения U от частоты падающего света. Чем разнятся условия, при которых получены эти прямые?



- А) однозначный ответ дать нельзя
- Б) частотой света
- В) для ответа на вопрос не хватает данных
- Г) интенсивностью падающего света
- Д) материалом катода

5. В результате фотоэффекта в камере, наполненной некоторым газом, выбит электрон, энергия которого на 13.6 эВ меньше энергии кванта. Каким газом наполнена камера?

- А) водородом
- Б) парами натрия
- В) недостаточно данных для правильного ответа
- Г) парами цезия
- Д) гелием

6. Один из атомных электронов получил энергию в результате комптон - эффекта. Может ли энергия электрона равняться энергии γ - кванта?

- А) это зависит от главного квантового числа электрона
- Б) может
- В) это зависит от порядкового номера атома
- Г) не может
- Д) это зависит от начальной энергии γ - кванта

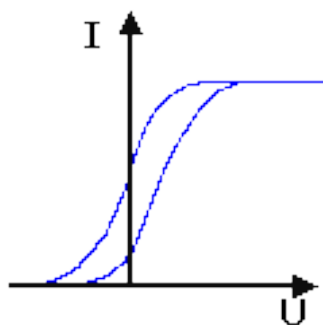
7. При комптоновском рассеянии импульс электрона...

- А) уменьшается до нуля
- Б) увеличивается
- В) становится равным импульсу γ -кванта
- Г) остается неизменным

8. По результатам исследования фотоэффекта можно найти значение фундаментальной константы. Какой ?

- А) постоянной Планка
- Б) постоянной Больцмана
- В) постоянной Ридберга
- Г) никакой
- Д) всех перечисленных

9. На рис. показаны вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. Катод из никеля освещался монохроматическим светом. Чем обусловлены различия кривых?



- А) материалом анода
- Б) однозначный ответ дать нельзя
- В) для ответа на вопрос не хватает данных
- Г) частотой света
- Д) интенсивностью падающего света

10. При комптоновском рассеянии длина волны γ -кванта...

- А) увеличивается дискретно на величину, кратную $h/2\pi$
- Б) уменьшается до нуля непрерывно
- В) увеличивается
- Г) остается неизменной
- Д) уменьшается до минимума

Литература

1. teachmen.csu.ru
2. Матвеев А.Н. Атомная физика. – М.: Высшая школа, 1989.

Лабораторная работа № 6. Расчет полного поглощения и усиления оптического излучения для спектральных линий с тонкой структурой (Эффект Зеемана).

(Продолжительность занятия – 8 ч, подготовка – 4 ч)

Цель работы: исследование механизмов поглощения оптического излучения.

Задачи, решаемые в работе:

- расчет зависимости полного поглощения от оптической толщины без магнитного поля с учетом тонкой структуры;
- расчет зависимости полного поглощения от оптической толщины в магнитном поле с учетом тонкой структуры и эффекта Зеемана;
- расчет зависимости полного поглощения от оптической толщины в магнитном поле с учетом тонкой структуры и эффекта Зеемана на фоне сплошного спектра.

ТЕОРИЯ

В последние годы значительно возрос интерес к получению и исследованию плазменно-пучковых разрядов (ППР) в связи с успешным применением ППР для получения сильноточных электронных и ионных пучков в различных инжекторах и для накачки активных сред лазеров. В разряде в коротких межэлектродных промежутках при прикладывании импульсов напряжения с наносекундными фронтами в инертных газах возможно получение электронных пучков с энергией до сотни кэВ при давлениях вплоть до атмосферного. Наложение магнитного поля на такие разряды приводит к росту плотности тока разряда и изменению концентрации возбужденных атомов, в связи с чем для более полного понимания физики процессов, протекающих в неравновесной и нестационарной плазме таких разрядов в магнитном поле, необходимы исследования этих разрядов. Обширную информацию о кинетике формирования разряда можно получить, исследуя его оптическое излучение и спектральные характеристики.

Рассмотрим два излучающих объекта, находящихся на одной оптической оси. При этом излучение от источника 1 проходит через объем 2 (рис.1), содержащий атомы, поглощающие излучение. Тогда величина полного поглощения определяется как

$$A = 1 - \frac{\text{поток прошедшего излучения}}{\text{поток падающего излучения}}$$

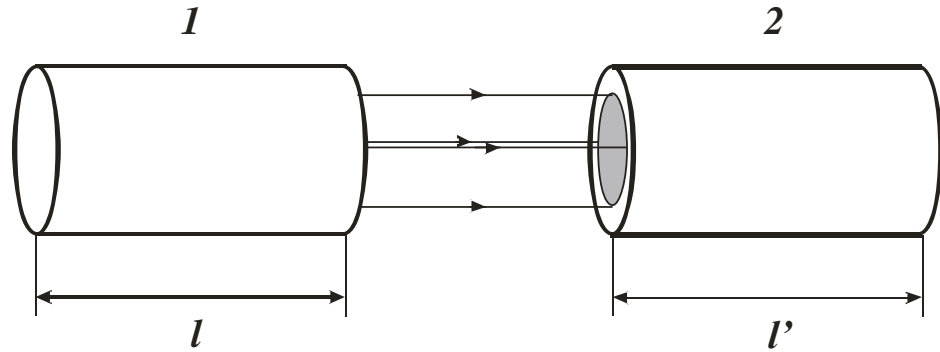


Рис.1. 1 – излучающий сосуд, 2 – поглощающий сосуд

Поток излучения в единичном интервале частот, выходящий из источника 1 в заданном направлении, с точностью до постоянной равен

$$\Phi_0(\nu) = C[1 - \exp(-\chi(\nu)l)] \quad (1)$$

Если излучающий слой 1 и поглощающий слой 2 идентичны во всех отношениях, т. е. имеют одинаковую температуру, давление, одинаковое распределение по энергетическим уровням и одинаковую толщину, то для малых значений ($\chi l \leq 4$), когда краями линии поглощения можно пренебречь и ее контур рассматривать как чисто доплеровский, выражение (1) для полного поглощения принимает вид:

$$A_\nu = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{\Phi_0(\nu) - \Phi_e(\nu)}{\Phi_0(\nu)} d\nu.$$

Полагая световой поток $\Phi_0(\nu)$ постоянным в пределах ширины и используя соотношение $\Phi_e(\nu)d\nu = \Phi_0(\nu)e^{-\chi(\nu)l}d\nu$, получим

$$A_\nu = \int_{\nu_1}^{\nu_2} (1 - e^{-\chi(\nu)l}) d\nu, \quad (2)$$

где $\chi(\nu) = \chi_0 \exp(-\frac{4 \ln 2}{\Delta \nu_D^2} [\nu - \nu_0]^2)$, $\Delta \nu_D$ – доплеровская ширина линии, (см. рис. 2), т. е. ширина линии при ординате $\chi(\nu) = \frac{\chi}{2}$ равна

$$\Delta \nu_D = 2 \sqrt{\frac{2 \ln 2 RT}{\mu} \frac{\nu_0}{c}}, \quad (3)$$

где c – скорость света, μ – атомный вес, R – газовая постоянная, T – абсолютная температура.

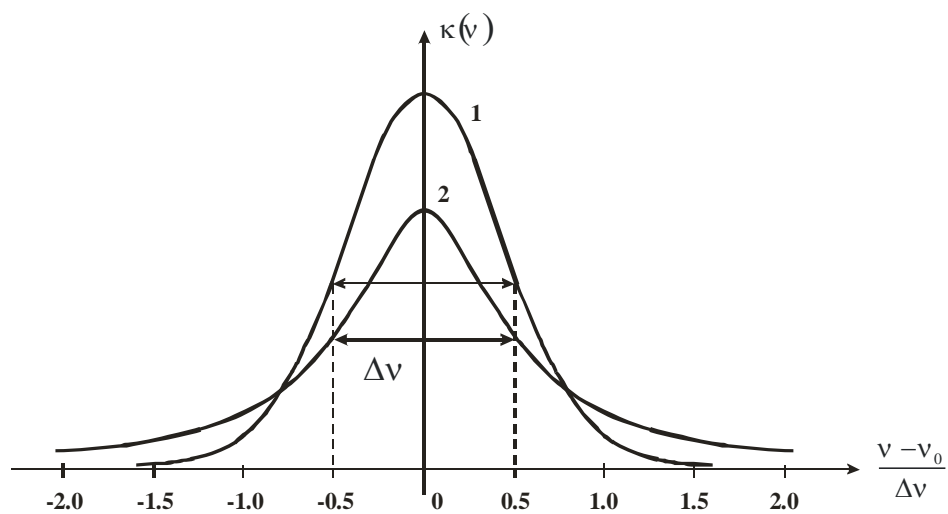
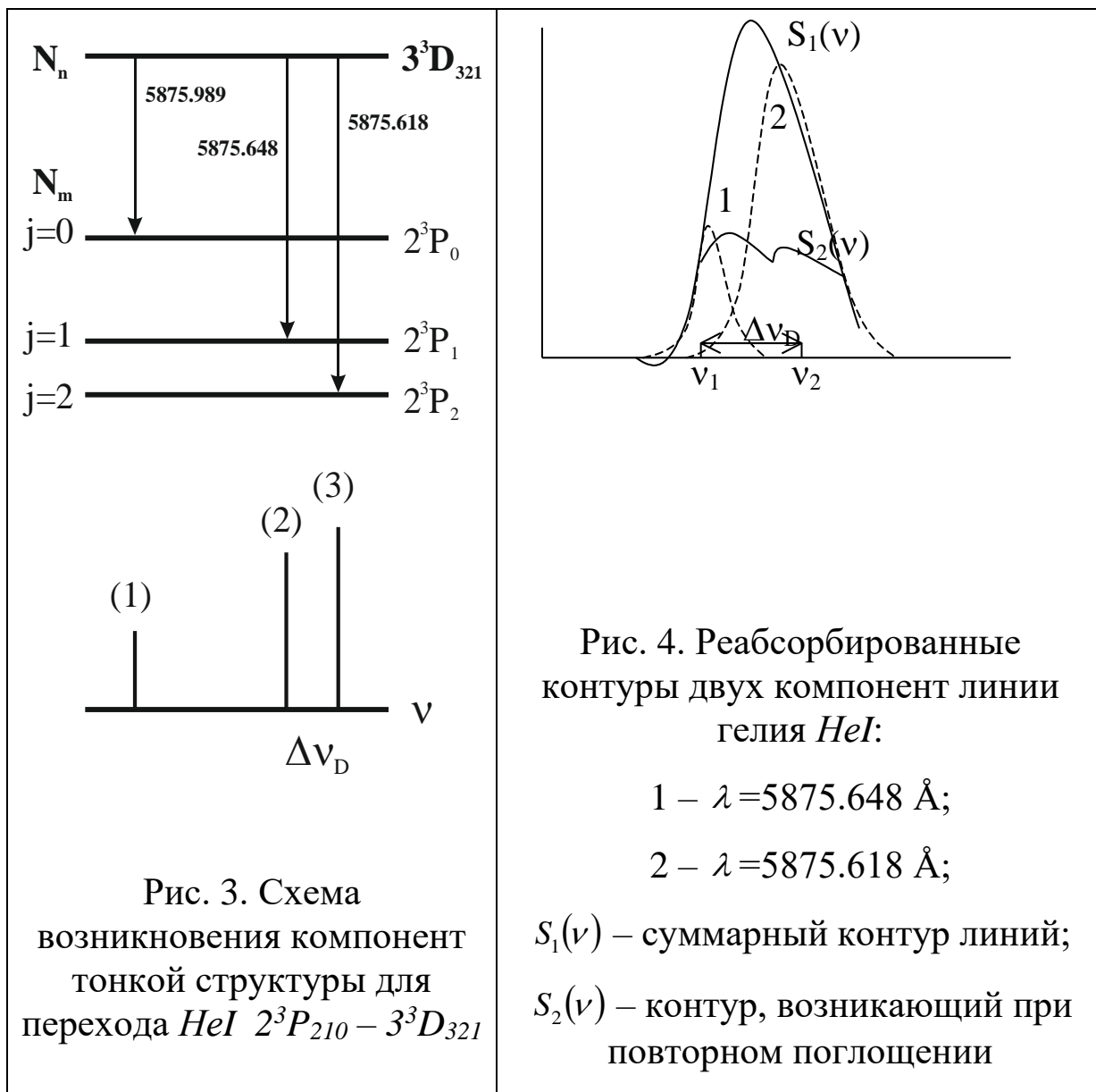


Рис. 2. Контуры спектральных линий. 1 – доплеровский, 2 – лоренцовский при одинаковой интегральной яркости линии $\chi(\nu)$ и одинаковой ширине $\Delta \nu_D = \Delta \nu_L = \Delta \nu$

Следовательно, измерив величину полного поглощения A из (2), можно найти значение величины $\chi_\nu l$ т. е. определить коэффициент поглощения излучения χ на частоте ν .

Оценим влияние тонкой структуры линии $HeI (2^3P_{210} - 3^3D_{321})$ $\lambda = 5875 \text{ \AA}$ на величину поглощения A путем численного расчета интенсивности компонент. Схема рассматриваемых переходов имеет следующий вид (рис. 3):

- уровни $3D_{321}$ терма $3D$ практически совпадают (расщепление этого уровня составляет сотые доли процента от расщепления уровня 2^3P);
- терм 2^3P обращенный;
- по правилу интенсивностей яркости этих компонент, относятся как $1:3:5$ соответственно статистическим весам уровней $2^3P_0, 2^3P_1, 2^3P_2$.



Те же отношения сохраняются для коэффициентов поглощения в центре линии отдельных компонент (рис. 4). При этом связь между коэффициентом поглощения χ_0 и коэффициентом излучения I_0 зависит от относительной

заселенности уровней N_n/N_m . Если оба уровня m и n имеют тонкую структуру, для отдельной компоненты $i \rightarrow j$ согласно [1] можно записать:

$$\chi(0)_{ji} = \frac{c^3}{2h\nu_{ij}^3} - \frac{g_i}{g_j} \frac{N_j}{N_i} I(0)_{ij} \quad (4)$$

Известно, что для близко расположенных подуровней равновесное распределение возникает легче, чем для далеко отстоящих. Тогда возможен случай, когда при отсутствии общего равновесия в плазме каждая из групп подуровней заселена равновесно. Так как частоты компонент близки друг к другу, справедливо

$$N_j = \frac{g_i}{g_n} N_m \text{ и } N_i = \frac{g_i}{g_n} N_n,$$

и формула (4) принимает вид

$$\chi(0)_{ji} = \frac{c^2}{2h\nu_{ij}^3} \frac{g_n}{g_m} \frac{N_m}{N_n} I(0)_{ij}$$

Если в выражении величина N_m/N_n постоянна, то коэффициенты поглощения компонент сложной линии пропорциональны их яркостям. Такое частичное выполнение закона Больцмана позволяет вести обработку результатов измерений, проведенных для линий, имеющих тонкую структуру, если для всей группы компонент сложной линии отношение N_m/N_n сохраняется постоянным в условиях эксперимента.

Пренебрегая расщеплением верхнего уровня для суммарной вероятности перехода A_{nm} и вероятностей перехода отдельных компонент, можно записать

$$A_{nj} = A_{nm} \frac{a_j}{\sum_j a_j},$$

где $A_{n1} : A_{n2} : A_{n3} = a_1 : a_2 : a_3 = 1 : 3 : 5$, так как если выполнено правило интенсивностей, то $a_j = g_j$, где g_j – статистические веса подуровней, на которые расщеплен уровень m . Заметим, что по

определению две компоненты ($\lambda_2 = 5875.648 \text{ \AA}$ и $\lambda_3 = 5875.618 \text{ \AA}$) следует считать частично перекрывающимися, поскольку расстояние между подуровнями, ($\nu_2 - \nu_3 = \Delta^3 P_{23} = 0.26 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$), сравнимо по величине с доплеровской полушириной отдельных компонент $\Delta \nu_D = 0.365 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ [1]. Самую слабую компоненту, соответствующую переходу $2^3 P_0 - 3^3 D_1$, следует считать полностью разделенной с двумя другими (частично перекрывающимися), так как $\Delta^3 P_{01} = 2.96 \times 10^{10} \text{ с}^{-1} \gg \Delta \nu_D$.

Если используемая аппаратура не обладает достаточной разрешающей силой и компоненты при измерении сливаются, полная мощность излучения всех компонент I_{nm} равна сумме мощностей отдельных компонент I_{nj} . Однако теперь совокупность компонент не может рассматриваться как одна линия с некоторым определенным значением коэффициента поглощения в центре линии, так как поглощение совокупности линий с разными частотами не подчиняется простому экспоненциальному закону.

В случае применения метода трубки с одним зеркалом I – интенсивность потока от трубки 1 с учетом реабсорбции и потерь на переднем окошке, rI – интенсивность от ее изображения, r – коэффициент отражения от зеркала.

Пусть известны соотношения первичных интенсивностей компонент ($I_{01} : I_{02} : I_{03} = a1 : a2 : a3$) и коэффициентов поглощения в центре линии ($\chi_{01} : \chi_{02} : \chi_{03} = b1 : b2 : b3$, т. е. $I_{0j} = Ca_j$; $\chi_{0j} = C'b_j$, где C и C' – постоянные в условиях опыта. Тогда функция распределения для j - той компоненты, первоначальный доплеровский контур которой искажен за счет реабсорбции внутри трубки, согласно [1] имеет вид:

$$I_j(\nu) = r \frac{C}{C'} \frac{a_{0j}}{b_{0j}} \left(1 - \exp \left\{ -C'b_{0j} l \exp \left[-\beta c^2 \left(\frac{\nu - \nu_{0j}}{\nu_{0j}} \right)^2 \right] \right\} \right), \quad (5)$$

где $\beta = \frac{\mu}{2RT}$, c – скорость света. Тогда распределение интенсивности для суммарного излучения всех компонент будет иметь вид:

$$I'(\nu) = r \frac{C}{C'} \sum_j \frac{a_{0j}}{b_{0j}} \left(1 - \exp \left\{ -C' b_{0j} l \exp \left[-\beta c^2 \left(\frac{\nu - \nu_{0j}}{\nu_{0j}} \right)^2 \right] \right\} \right) \quad (6)$$

Интегральная интенсивность равна площади, лежащей между кривой $I'(\nu)$ и осью абсцисс (рис. 8). При прохождении излучения вторично через трубку часть светового потока поглотится, и коэффициент поглощения для каждой частоты ν должен быть равен сумме коэффициентов поглощения отдельных компонент, взятых для той же частоты ν : $\chi_\nu = \sum_j \chi_j(\nu)$.

Таким образом, зависимость суммарной интенсивности от частоты для излучения, прошедшего через трубку, при измерении с открытым зеркалом имеет вид:

$$I''(\nu) = I'(\nu) \exp \left[- \sum_j \chi_j(\nu) l \right] \quad (7)$$

Рассчитаем численно интегральную интенсивность всех трех компонент, искаженных за счет реабсорбции, при однократном прохождении пути для различных значений $\chi_0 l$. Она будет пропорциональна суммарной площади S' , заключенной между осью абсцисс и результирующими контурами всех компонент тонкой структуры. Тогда, если для тех же значений $\chi_0 l$ интегральная интенсивность, полученная при повторном прохождении через источник, $\sim S''$ (рис. 4), величину относительного поглощения, согласно (3.2), определим как

$$A = \frac{S' - S''}{S''} = \frac{I'(\nu) - I''(\nu)}{I''(\nu)} \quad (8)$$

ЭФФЕКТ ЗЕЕМАНА

Особое значение приобретают результаты таких исследований в условиях анизотропии плазмы, обусловленной внешним магнитным полем. Внешние магнитные поля по-разному влияют на оптические характеристики разряда. Во внешнем магнитном поле, с одной стороны, меняются электрокинетические

характеристики разряда, с другой – меняются контуры спектральных линий из-за эффекта Зеемана.

Расщепление уровней энергии и спектральных линий во внешнем магнитном поле получило название эффекта Зеемана.

В простейшем случае эффект Зеемана заключается в том, что при помещении источника света в магнитное поле спектральная линия расщепляется на два или три компонента. Такой тип расщепления, который наблюдается на системе синглетных (одиночных) спектральных линий, называется нормальным или простым эффектом Зеемана. Этот эффект был объяснен Лоренцем на основе классической электронной теории как результат расщепления частоты колебания в атоме упруго связанного электрона и лишь впоследствии, на основе квантовых представлений, был истолкован естественным образом как результат расщепления уровней энергии.

Для многих спектральных линий расщепление в магнитном поле имеет более сложный характер. Эффект Зеемана, выражающийся в многократном расщеплении спектральных линий, носит название аномального или сложного.

Наличие у атома магнитных моментов и явление пространственного квантования также подтверждаются эффектом Зеемана. Взаимодействие магнитного момента атома с внешним магнитным полем приводит к тому, что атом с энергией E_0 приобретает добавочную энергию ΔE_H . Эта добавочная энергия приводит к расщеплению уровней, а следовательно, и к расщеплению спектральных линий на несколько компонентов.

Сложный эффект Зеемана возникает в слабых магнитных полях. Внешнее магнитное поле считается слабым, когда возникающее в его присутствии расщепление уровней мало по сравнению с расстоянием между уровнями тонкой структуры.

Атом с магнитным моментом $\vec{\mu}_J$ приобретает во внешнем магнитном поле добавочную энергию, зависящую от величины и взаимной ориентации \vec{H} и $\vec{\mu}_J$:

$$\Delta E_H = -\overline{\mu_J H} = -\mu_{JH} H \quad (9)$$

Подставляя сюда выражение для проекции момента, получим:

$$\Delta E_H = g m_J \mu_B H \quad (10)$$

Таким образом, если энергия атома в отсутствии внешнего поля равнялась E_0 , то при наложении магнитного поля с полным моментом $\vec{\mu}_J$ расщепляется на $(2j + 1)$ с различными значениями m_j и различной энергией, определяемой выражением:

$$E = E_0 + \Delta E_H = E_0 + g m_j \mu_B H \quad (11)$$

Расстояние между соседними подуровнями определяется из условия $\Delta m_j = 1$:

$$(\Delta E_H)_{J, J+1} = g \mu_B H \quad (12)$$

т. е. при постоянном поле подуровни каждого состояния находятся на равных энергетических расстояниях.

Предположим, что в отсутствии внешнего поля спектральная линия с частотой ν_0 возникает в результате перехода атома из состояния с энергией E_{02} в состояние с энергией E_{01} , т. е.:

$$\nu_0 = \frac{E_{02} - E_{01}}{h} \quad (13)$$

Тогда согласно (3.3) при наличии внешнего магнитного поля будут наблюдаться линии с частотами $\nu_0 + \Delta \nu_H$, определяемые равенством:

$$\nu = \nu_0 + \Delta \nu_H = \frac{E_{02} - E_{H2}}{h} - \frac{E_{01} - E_{H1}}{h} \quad (14)$$

Сравнивая (3.13) и (3.14), находим величину смещения компонентов относительно первоначальной частоты:

$$\Delta \nu_H = \frac{\Delta E_{H2} - \Delta E_{H1}}{h} = \frac{\mu_B H}{h} (g_2 m_{j2} - g_1 m_{j1}) \quad (15)$$

Переходы между подуровнями подчиняются правилу отбора, в силу которого m_j может меняться на ± 1 или оставаться неизменным, т. е.

$$\Delta m_j = m_{j2} - m_{j1} = 0, \dots \pm 1 \quad (16)$$

Как видно из (3.15), величина расщепления зависит от фактора Ланге уровней, между которыми происходит переход, т. е. от квантовых чисел L, S, J каждого уровня. Соотношение $\Delta \nu_0 = \mu_B H / h$ представляет собой величину нормального расщепления.

Рассмотрим расщепление в магнитном поле спектральной линии гелия $HeI (3^3D - 2^3P)$. Излучение с уровней гелия с $n = 2$ находится в ВУФ-области спектра, поэтому заселенности этих состояний исследовались методом полного поглощения. При внесении магнита исследуемая линия расщепляется на 54 компоненты ($18 - \pi$ и $36 - \sigma$) (рис. 5). Причем в зависимости от

величины магнитного поля можно наблюдать для разных линий частичное или полное перекрывание компонент, поэтому здесь приходится учитывать суммарный контур $\chi(\nu)$.

Величина расщепления определялась по формуле

$$\Delta\nu = (\mu_{J_1}g_1 - \mu_{J_2}g_2) \frac{1}{4\pi c} \left(\frac{e}{m_0} \right) H, \quad (17)$$

где μ_J – квантовое число, принимающее значения $J, J - 1, \dots, -J$, всего $2J + 1$ различных значений. Фактор Ланге определялся по формуле

$$g = 1 + [J \cdot (J + 1) - L \cdot (L + 1) + S \cdot (S + 1)] / 2 \cdot J \cdot (J + 1) \quad (18)$$

Причем в зависимости от величины магнитного поля для разных линий наблюдается частичное или полное перекрывание компонент, поэтому здесь нами учитывался суммарный контур

$$\chi(\nu) = \chi_0 \sum_{i=1}^{54} C_i \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{a^2 + (\omega_i - y)^2} dy, \quad (19)$$

где χ_0 – значение коэффициента поглощения в центре линии, а величины y, ω_i и a определялись из следующих соотношений

$$y = \frac{2\sqrt{\ln 2}(\nu_0 - \nu_i)}{\Delta\nu_D}, \quad \omega_i = \frac{2\sqrt{\ln 2}(\nu_i - \nu)}{\Delta\nu_D}, \quad a = \frac{\Delta\nu_L}{\Delta\nu_D} \sqrt{\ln 2}.$$

Здесь $\Delta\nu_D$ – доплеровская ширина линии, $\Delta\nu_L$ – общая ширина дисперсионного и естественного контуров линии.

По анализу полученных при наличии магнитного поля компонент была составлена таблица начальных данных (таб. 2), в которой определены значения величин расщепления, факторов Ланге, абсолютных и относительных интенсивностей.

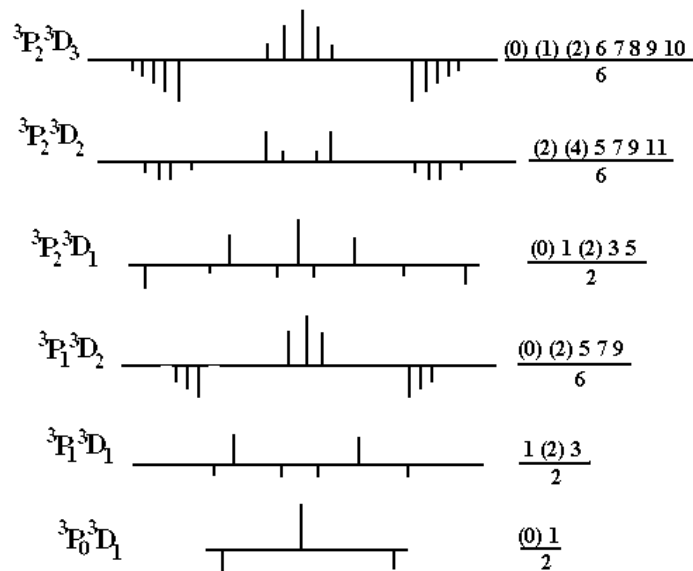


Рис. 5. Расщепление триплетных уровней 2^3P и 3^3D в магнитном поле

Для рассматриваемого случая полное поглощение для суммарного контура поглощения описывается следующим выражением:

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [1 - \exp(-\chi_0 l)]^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} [1 - \exp(-\chi l)] d\omega} \quad (20)$$

МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Для проведения численного анализа необходимо составить программу в пакете MathCAD, в которой должна быть реализована структурная схема алгоритма вычисления значения определенного интеграла от функции одной переменной методом Симпсона.

Для приближённого вычисления интеграла функции $f(x)$ в методе Симпсона $\int_a^b y dx$ промежуток от $a(x_0)$ до $b(x_n)$ разбивается на n равных частей, а для точек деления $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ вычисляются значения интегрируемой функции y . Затем необходимо воспользоваться формулой приближённого интегрирования:

$$\int_a^b y dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (21)$$

На всем отрезке $[a, b]$ формула Симпсона имеет вид:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^N \frac{h}{6} (f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i) =$$

$$= \frac{h}{6} \left[f_0 + f_N + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{N-1}) + 4(f_{1/2} + f_{3/2} + \dots + f_{N-1/2}) \right] \quad (22)$$

Чтобы не использовать дробных индексов, можно ввести следующие обозначения: $x_i = a + 0.5hi$, $f_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, 2N$, $h_N = b - a$ и записать формулу Симпсона в виде:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6N} [f_0 + f_{2N} + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{2N-2}) + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{2N-1})] \quad (23)$$

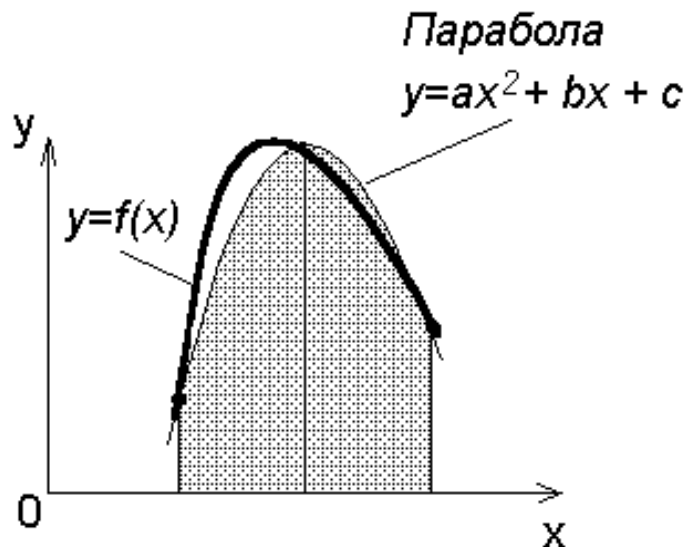


Рис. 10. Геометрическое определение формулы Симпсона

АЛГОРИТМ ПРОГРАММЫ

Алгоритм работы основной части программы представлен 10 следующими блоками:

Блок 1. Определить тестовую функцию $\xi(x)$.

Блок 2. Создание программы начинается с кнопки «AddLine». Появится вертикальная линия, которая играет роль операторных скобок. Приравнять выбранную функцию во вкладке «программирование» элементу программирования.

Блок 3. В открывшейся вкладке определить пределы интегрирования $[a, b]$ и число интервалов n , на которое разбивается отрезок $[a, b]$.

Блок 4. Ввести формулу для нахождения шага интегрирования h : $h = \frac{(b-a)}{n}$.

Блок 5. Составить внешний цикл с параметром m , пробегающим значения от 1 до $n-1$. Для создания цикла типа «for», необходимо:

- щелкнуть по кнопке «for» на панели программирования;
- напечатать в поле ввода слева от знака \in имя переменной цикла.

Блок 6. Во внешнем цикле составить внутренний цикл для параметров y , ω_i и a :

$$y = \frac{2\sqrt{\ln 2}(v_0 - v_i)}{\Delta v_D}, \quad \omega_i = \frac{2\sqrt{\ln 2}(v_i - v)}{\Delta v_D}, \quad a = \frac{\Delta v_L}{\Delta v_D} \sqrt{\ln 2}.$$

Блок 7. Для расчета суммарного контура $\chi(v) = \chi_0 \sum_{i=1}^{54} C_i \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{a^2 + (\omega_i - y)^2} dy$ составить интегральное выражение, в котором изменяющиеся параметры пробегают значения как по внешнему, так и по внутреннему циклу по параметрам m и j .

Блок 8. Рассчитать полное поглощение для суммарного контура, для чего спрограммировать еще один цикл с параметром i , рассчитывающий

$$S_i = \frac{(1 - e^{-\sum_{m=1}^{n-1} A_{m,i}})^2}{(1 - e^{-\sum_{m=1}^{n-1} A_{m,i}})}$$

Блок 9. Для получения таблицы значений функции ввести ξ . На экране появляется таблица значений искомой функции.

УПРАЖНЕНИЕ 1

Численно рассчитать зависимость полного поглощения A от оптической толщины поглощающего слоя $\chi_0 l$ спектральной линии HeI с длиной волны $\lambda = 5875 \text{ \AA}$ с учетом тонкой структуры. Для определения A необходимо рассчитать интегралы, стоящие в уравнении (3.8), с помощью формулы Симпсона. Для этого следует взять выражение для доплеровского контура вида:

$$\chi_j(\nu) = \chi_{0j} l \cdot e^{-2.7762 \left(\frac{\nu - \nu_j}{\Delta \nu_{gj}} \right)^2}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (24)$$

где $\chi_{01} l = \frac{1}{9} \chi_0 l$; $\chi_{02} l = \frac{3}{9} \chi_0 l$; $\chi_{03} l = \frac{5}{9} \chi_0 l$.

Рекомендуемый шаг разбиения интервала $\chi_0 l = H = 0.3$, $\chi_0 l = [-4; -3.7; -3.4; \dots - 0.1; +0.2; \dots + 9.4; +9.7; +10]$. При этом шаг интегрирования $h = 10^8$, а количество разбиений области интегрирования $- N = \left(\frac{\nu_2 - \nu_1}{h} \right) - 1$.

В расчетах использовать следующие значения частот компонент тонкой структуры и их доплеровские ширины (табл. 1):

$\nu_1 = 5.1055235 \times 10^{14}$	$\Delta \nu_{g1} = 316.64245 \times 10^7$
$\nu_2 = 5.1058138 \times 10^{14}$	$\Delta \nu_{g2} = 316.56082 \times 10^7$
$\nu_3 = 5.1058458 \times 10^{14}$	$\Delta \nu_{g3} = 316.56243 \times 10^7$

УПРАЖНЕНИЕ 2

Произвести специальные расчеты зависимости полного поглощения A от оптической толщины $\chi_0 l$ в магнитном поле с учетом тонкой структуры и эффекта Зеемана для спектрального перехода $HeI (3^3D - 2^3P)$. Для этого по таблице 1 определить подуровни, возникающие в результате эффекта Зеемана, с соответствующими им квантовыми числами, по которым рассчитывались величина расщепления, фактор Ланге, величины абсолютной и относительной интенсивности возникающих компонент линий при наблюдении как вдоль, так и поперек поля.

Таблица 2

Поперечное наблюдение

переход	I_π	$I_\sigma(M \rightarrow M - 1)$	$I_\sigma(M \rightarrow M + 1)$
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma} J$	M^2	$1/4(J + M)(J + 1 - M)$	$1/4(J - M)(J + 1 + M)$
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma}(J - 1)$	$J^2 - M^2$	$1/4(J + M)(J - 1 + M)$	$1/4(J - M)(J - 1 - M)$
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma}(J + 1)$	$(J + 1)^2 - M^2$	$1/4(J + M)(J + 1 + M)$	$1/4(J - M)(J + 1 - M)$
Продольное наблюдение			
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma} J$	0	$1/2(J + M)(J + 1 - M)$	$1/2(J - M)(J + 1 + M)$
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma}(J - 1)$	0	$1/2(J + M)(J - 1 + M)$	$1/2(J - M)(J - 1 - M)$
$\gamma J \rightarrow \dot{\gamma}(J + 1)$	0	$1/2(J + M)(J - 1 + M)$	$1/2(J - M)(J + 1 - M)$

Выражение (20) с контуром поглощения вида (19) рассчитать численно при различных значениях напряженности магнитного поля и различных значениях постоянной фойхтовского контура (a) для спектрального перехода $HeI (3^3D_{123} - 2^3P_{012})$ методом Симпсона.

ЗАДАНИЯ К ОТЧЕТУ

1. Модель численного расчета для обоих уравнений представить в виде блок-схем с подробным описанием назначения каждого элемента блока.
2. Результаты расчетов представить в виде графиков зависимости поглощения A от оптической толщины $\chi_0 l$ с использованием элементов графики в MathCAD.
3. Ответы на контрольные вопросы приложить к отчету.
4. Контрольные вопросы.
5. Соотношение между механическими и магнитными моментами атомов.
6. Сложение орбитального и спинового момента атома. Фактор Ланге.

7. Назовите правила квантования проекций магнитных моментов и правила отбора для соответствующих квантовых чисел.
8. Основы теории простого и сложного эффекта Зеемана.
9. Схема уровней атома, помещенного в магнитное поле.
10. Метод Симпсона. Чему равен алгебраический порядок точности формулы Симпсона?

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.3. Оптика, атомная физика, физика ядра и элементарных частиц. – М.: Наука, 1989.
2. Шпольский Э.В. Атомная Физика. Т. 1. – М., 1994.
3. Мулярчик С. Г. Численные методы. – Мн., 2001.
4. Вержбицкий В. М. Численные методы. – М., 2000.
5. Ашурбеков Н.А., Иминов К.О., Лахина М.А. Компьютерное моделирование процессов в плазме. Махачкала 2016.
6. Яньков В.И., Бобырь Г.А. Лабораторный практикум по MathCAD: учебное пособие. – М.: Спутник, 2009