

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ДГУ
М.Х. Рабаданов
_____ **17 января 2025 г.**

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ
для поступающих на основную образовательную программу бакалавриата по
направлению 44.03.01 педагогическое образование (профиль – Математика),

МАХАЧКАЛА 2025

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

Изучение математики направлено на достижение следующих целей:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Программа вступительного испытания по математике соответствует требованиям к предметным результатам освоения базового курса математики федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Введение

Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности.

АЛГЕБРА

Развитие понятия о числе

Целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления.

Комплексные числа.

Корни, степени и логарифмы

Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. *Свойства степени с действительным показателем.*

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.

Преобразование алгебраических выражений. Преобразование рациональных, иррациональных степенных, показательных и логарифмических выражений.

Практические задания

Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами.

Решение иррациональных уравнений. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени.

Решение показательных уравнений.

Решение прикладных задач.

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений.

Приближенные вычисления и решения прикладных задач.

Решение логарифмических уравнений.

ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Основные понятия

Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Основные тригонометрические тождества

Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения *Формулы половинного угла.*

Преобразования простейших тригонометрических выражений

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.*

Тригонометрические уравнения и неравенства

Простейшие тригонометрические уравнения. *Простейшие тригонометрические неравенства.*

Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

Практические занятия

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения, преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.

Функции, их свойства и графики

Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения,

точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями.

Сложная функция (композиция). *Понятие о непрерывности функции.*

Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции.

График обратной функции.

Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Обратные тригонометрические функции

Определения функций, их свойства и графики.

Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Практические задания

Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Обратные тригонометрические функции. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи.

Показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и *неравенства.*

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей.

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции функций.*

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

Первообразная и интеграл. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Практические задания

Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Производная: механический и геометрический смысл производной.

Уравнение касательной в общем виде. Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Исследование функции с помощью производной. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона—Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Уравнения и системы уравнений. Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы.

Равносильность уравнений, неравенств, систем.

Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

Неравенства. Рациональные, иррациональные, показательные и *тригонометрические* неравенства. Основные приемы их решения.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.

Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Прикладные задачи

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Практические занятия

Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.

Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Элементы комбинаторики

Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона.

Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементы теории вероятностей

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. *Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.*

Элементы математической статистики

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), *генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.*

Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Практические задания

История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Прикладные задачи.

Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи. Представление числовых данных. Прикладные задачи.

ГЕОМЕТРИЯ

Прямые и плоскости в пространстве

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

Параллельное проектирование. *Площадь ортогональной проекции*. Изображение пространственных фигур.

Многогранники

Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка*. *Многогранные углы*. *Выпуклые многогранники*. *Теорема Эйлера*.

Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Сечения куба, призмы и пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

Тела и поверхности вращения

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

Измерения в геометрии

Объем и его измерение. Интегральная формула объема.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.

Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

Координаты и векторы

Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, *плоскости и прямой*.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Практические задания

Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.

Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.

Параллельное проектирование и его свойства. *Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника*. Взаимное расположение пространственных фигур.

Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Площадь поверхности. Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников. Вычисление площадей и объемов.
Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве. Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками. Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровень). 10 – 11 кл. Издательство "Просвещение". www.prosv.ru/umk/10-11
- Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала анализа: В 2 ч.: Ч. 1: Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Мордкович А. Г. – М.: Издания разных лет.
- Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 кл. Колмогоров А.Н. – М.: Издания разных лет.
- Алгебра 9 класс. Учебник для 9 кл. Колягин Ю.М. и др. – М.: Издания разных лет.
- Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
- Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2014.
- Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2014.
- Башмаков М. И. Алгебра и начала анализа, геометрия. 10 класс. — М., 2013.
- Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. Сборник задач: учеб. пособие. — М., 2008.
- Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. Сборник задач: учеб. пособие. — М., 2012.
- Бутузов В.Ф., Прасолов В.В. / Под ред. Садовниченко В.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровень) . 10 – 11 кл. М.: Издательство "Просвещение". www.prosv.ru/umk/10-11
- Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
- Геометрия. 7-9 кл. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет
- Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
- Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.
- Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10 кл. М.: Издательство "Просвещение". www.prosv.ru/umk/10-11.
- Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 11 кл. М.: Издательство "Просвещение". www.prosv.ru/umk/10-11.
- Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др. / Под ред. Козлова В.В. и Никитина А.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (базовый и углубленный уровни). Русское слово. <http://xn---dtbhtpdkbkaet.xn--p1ai/shop/catalog/knigi/452/1168/>.
- Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др. / Под ред. Козлова В.В. и Никитина А.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия (базовый и углубленный уровни). 11 кл. М.: Русское слово. <http://xn----dtbhtpdkbkaet.xn--p1ai/shop/catalog/knigi/4>

Муравин Г.К., Муравина О.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. М.: ДРОФА. <http://www.drofa.ru/75/>.

Муравин Г.К., Муравина О.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 11 кл. М.: ДРОФА. <http://www.drofa.ru/75/>.

Интернет-ресурсы

www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

www.school-collection.edu.ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

Автор-составитель:

Рамазанов А.К., зав. кафедрой математического анализа д.ф-м.н., профессор